

INSTITUCIÓN EDUCATIVA DEPARTAMENTAL

MOSEÑOR AGUSTÍN GUTIÉRREZ

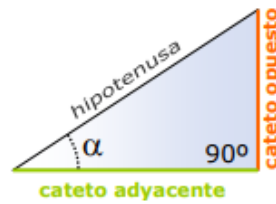
NIVELACIÓN GRADO DÉCIMO

AÑO 2021

A continuación se presenta el trabajo correspondiente a la nivelación de grado décimo, contiene los temas principales vistos durante el año: Razones trigonométricas, leyes de seno y coseno, por último identidades trigonométricas. El trabajo se debe presentar en enero en las fechas estipuladas en coordinación académica, además, se hará una sustentación escrita de los temas, por lo cual se pide a los estudiantes que se preparen de una forma adecuada para realizar el proceso de manera adecuada.

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

A continuación se presentan las razones trigonométricas:



$$\begin{aligned}\operatorname{sen} \alpha &= \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} \\ \operatorname{cos} \alpha &= \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} \\ \operatorname{tg} \alpha &= \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}\end{aligned}$$

Teniendo en cuenta las explicaciones dadas en clase y la información consignada en las guías de segundo y tercer periodo, resuelva los siguientes ejercicios, apóyese de una gráfica para la solución:

1. Un ángulo de un triángulo rectángulo mide 47° y el cateto opuesto 8 cm, halla la hipotenusa.
2. La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 26 cm y un ángulo 66° . Calcula los catetos.
3. En un triángulo rectángulo los catetos miden 15 y 8 cm, halla los ángulos agudos.
4. La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 45 cm y un cateto 27 cm, calcula los ángulos agudos.
5. La sombra de un árbol cuando los rayos del sol forman con la horizontal un ángulo de 36° , mide 11m. ¿Cuál es la altura del árbol?
6. El hilo de una cometa mide 50 m de largo y forma con la horizontal un ángulo de 37° , ¿a qué altura vuela la cometa?
7. La altura de Torre Colpatria es de 216 m, ¿cuánto mide su sombra cuando la inclinación de los rayos del sol es de 35° ?
8. Dos personas distantes entre sí 840 m, ven simultáneamente un avión con ángulos de elevación respectivos de 60° y 47° , ¿a qué altura vuela el avión?

9. Para medir la altura de una montaña se miden los ángulos de elevación desde dos puntos distantes 480m y situados a 1200 m sobre el nivel del mar. ¿Cuál es la altura si los ángulos son 45° y 76° ?
10. Para medir la altura de un edificio se miden los ángulos de elevación desde dos puntos distantes 100m. ¿cuál es la altura si los ángulos son 33° y 46° ?

LEYES DE SENO Y COSENO

LEY DEL SENO:

En todo triángulo se cumple que las longitudes de los lados son proporcionales a los senos de los ángulos opuestos.

$$\frac{a}{\text{Sen } a} = \frac{b}{\text{Sen } B} = \frac{c}{\text{Sen } C}$$

La ley de los senos se aplica cuando los datos que se conocen son:

- a. Dos ángulos y un lado (A-L-A; L-A-A) Se halla la medida de tercer ángulo aplicando el teorema de la suma de los ángulos internos de un triángulo y los datos que faltan aplicando la ley de los senos.
- b. Dos lados y el ángulo opuesto a uno de ellos (L-L-A) Se utiliza la ley de senos para encontrar uno de los dos ángulos que faltan y determinar si tiene una, dos o ninguna solución.

LEY DEL COSENO:

En un triángulo el cuadrado de cada lado es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos menos el doble producto del producto de ambos por el coseno del ángulo que forman.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\text{Cos}A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\text{Cos}B$$

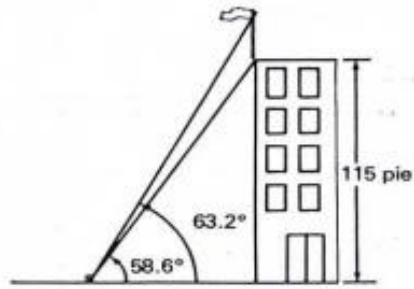
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\text{Cos}C$$

Recuerde que esta ley se aplica cuando los datos conocidos son:

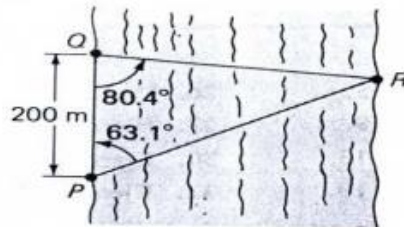
- a. Dos lados y el ángulo entre ellos (L-A-L)
- b. Los tres lados (L-L-L)

Teniendo en cuenta las explicaciones dadas en clase y la información consignada en la guía de tercer periodo, resuelva los siguientes ejercicios, apóyese de una gráfica para la solución:

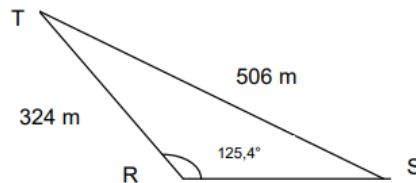
1. Los puntos A y B se encuentran en la misma línea horizontal con la base de una colina y los ángulos de depresión desde la cima de la colina son: 30.2° y 22.5° , respectivamente. Si la distancia entre A y B es 75.0m, ¿Cuál es la altura de la colina?
2. Un asta está situada en la parte superior de un edificio de 115 pie de altura. Desde un punto en el mismo plano horizontal de la base del edificio los ángulos de elevación de los extremos superior en inferior del asta son 63.2° y 58.6° , respectivamente. ¿Cuál es la longitud del asta?



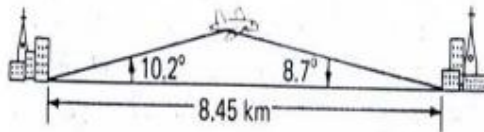
3. Para determinar la distancia a través de un río recto, un topógrafo elige los puntos P y Q en la rívera, donde la distancia entre P y Q es 200m. En cada uno de los puntos se observa el punto R en la rívera opuesta. El ángulo que tiene lados PQ y PR mide 63.1° y el ángulo cuyos lados son PQ y QR mide 80.4° . ¿Cuál es la distancia a través del río?



4. Una parcela triangular con vértices R, S y T se delimita por una cerca, pero se advierte la ausencia de la marca del lindero en S. Del título de propiedad, se sabe que la distancia de T a R es 324 m, la distancia de T a S es 506 m y el ángulo en R del triángulo mide 125.4° . Determine la ubicación de S calculando la distancia de R a S.



5. En un momento determinado cuando un avión voló sobre un camino recto que une a dos ciudades pequeñas, los ángulos de depresión de ambas fueron de 10.2° y 8.7° :
- Determine las distancias rectas desde el avión a cada una de las ciudades en ese momento si la separación entre ambas es de 8.45 Km.
 - determine la altura del avión en ese momento.



DEMOSTRACIÓN DE IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS

Demostrar una identidad trigonométrica consiste en transformar los miembros de la igualdad para mostrar que son iguales.

Algunas sugerencias para la demostración de una identidad son:

- Empezar por el lado que tienen más términos en la igualdad y realizar las transformaciones que sean posibles hasta obtener la expresión del otro lado.

- Convertir, cuando sea posible, las expresiones en otras que solo contengan senos y cosenos.
- Realizar las operaciones algebraicas de adición, sustracción, multiplicación o factorización, entre otras, con el fin de simplificar las expresiones lo que más se pueda.
- En ocasiones puede ser más conveniente transformar cada lado de la identidad por separado, hasta llegar a la misma expresión.

Teniendo en cuenta las explicaciones dadas en clase y la información consignada en la guía de cuarto periodo, resuelva los siguientes ejercicios, muestre completamente los pasos desarrollados:

1. Consulte y escriba las identidades trigonométricas y clasifíquelas.
2. Demuestre:

$$\frac{\tan x}{\sin x} + \csc x \cot x = \sec x \csc^2 x$$

3. Demuestre:

$$\cos \theta (\tan \theta + 1) = \sin \theta + \cos \theta$$

4. Demuestre:

$$\csc \theta - \sin \theta = \cot \theta \cdot \cos \theta$$

5. Demuestre:

$$\sin x + \cos x \cdot \cot x = \csc x$$

6. Demuestre:

$$\cos x (\sec x - \sin x \tan x) = \cos^2 x$$

7. Demuestre:

$$\cos^2 x (1 + \tan^2 x) = \sin^2 x + \cos^2 x$$

8. Demuestre:

$$(\tan u + \cot u)(\cos u + \sin u) = \csc u + \sec u$$