INSTITUCION EDUCATIVA DEPARTAMENTAL MONSEÑOR AGUSTIN GUTIERREZ
FÓMEQUE - CUNDINAMARCA
ÁREA DE MATEMÁTICAS
GRADO OCTAVO
2024

ASIGNATURA	Matemáticas	**GRADO**	Octavo	**GUIA**	02

DOCENTE	Nilton César Rivero López	**PERIODO**	Segundo

TIEMPO	13 semanas	**INICIO**	06 /mayo/2024	**TERMINACIÓN**	16/agosto/2024

<table>
<tr><td>UNIDAD TEMATICA</td><td colspan="2">EXPRESIONES ALGEBRAICAS</td></tr>
<tr><td>EJE TEMÁTICO</td><td colspan="2">OPERACIONES CON EXPRESIONES ALGEBRAICAS</td></tr>
<tr><td>TEMAS CLAVES</td><td colspan="2">Elementos y clasificación de expresiones algebraicas. Valor Numérico de una expresión algebraica. Reducción de Términos Semejantes. Adición, Sustracción, Producto y Cociente con Expresiones Algebraicas.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">COMPETENCIA</td><td colspan="2">Competencia General: Conozco y resuelvo las diferentes operaciones con expresiones algebraicas.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Competencia Específica:
Usar correctamente la notación científica para expresar cantidades muy grandes o muy pequeñas que se encuentran involucradas en diferentes situaciones.
Conozco las expresiones algebraicas, su clasificación y diferentes formas de encontrarlas.
Resuelvo las diferentes operaciones con expresiones algebraicas.</td></tr>
<tr><td rowspan="4">DESEMPEÑOS</td><td>PARA APRENDER</td><td>Reconoce y comprende los fundamentos básicos de las expresiones algebraicas
Conoce las operaciones (+, -, *, /) en las expresiones algebraicas.</td></tr>
<tr><td>PARA HACER</td><td>Clasifica monomios, binomios, trinomios y polinomios, identificando su grado y hallando su valor numérico.
Aplica los diferentes algoritmos utilizados en las operaciones de expresiones algebraicas (+, -, *, /).</td></tr>
<tr><td>PARA SER</td><td>Acepta y aplica las indicaciones dadas en el desarrollo de las temáticas</td></tr>
<tr><td>PARA CONVIVIR</td><td>Actúa con disposición para realizar el trabajo propuesto dentro y fuera del aula.</td></tr>
</table>

.NOTACIÓN CIENTÍFICA

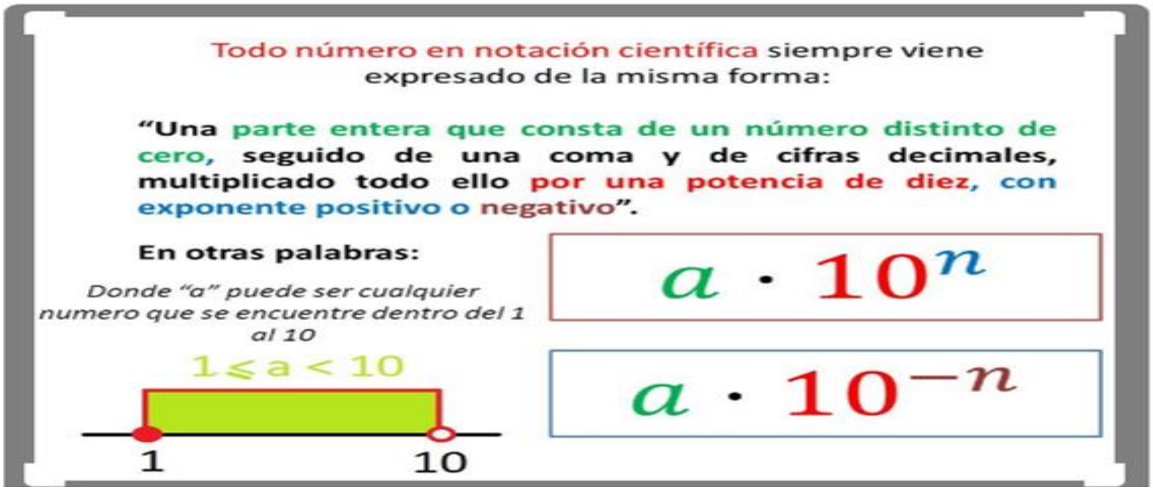
Se estima que el glóbulo rojo humano tiene un diámetro de 0,006 5 mm. Por su parte, la distancia de la Tierra al Sol mide alrededor de 150 000 000 000 m.

• Qué características tienen los números que representan las medidas?

• Conoces una forma abreviada de escribir estos números? Explícala

CONCEPTUALIZACIÓN

Notación científica



Observa detenidamente el siguiente video: https://www.youtube.com/watch?v=fYBFpz3ly28

Ejemplo 1

Aplicando la notación científica a la escritura del diámetro del glóbulo rojo y la distancia de la Tierra al Sol, se obtiene lo siguiente:

$0{,}0065\ \text{mm} = 6{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{mm}$ $\qquad$ $150\ 000\ 000\ 000\ \text{m} = 1{,}5 \cdot 10^{10}\ \text{m}$

Hay tres lugares entre el lugar de la coma y el 6. Por ello, el exponente de la potencia es – 3.

Hay diez lugares entre el final del número y el 1. Por ello, el exponente de la potencia es + 10.

Ejemplo 2

La masa de la Tierra es aproximadamente de 5 970 000 000 000 000 000 000 000 kg.

Para escribir este número usando la notación científica, se procede así:

• Se identifica cual es la primera cifra mayor o igual a 1 y menor que 10, es decir, 5.

• Desde allí, se cuenta el número de lugares que hay hasta el final del número, que es 24. Este valor corresponde al valor del exponente del número 10.

• Se escribe la igualdad correspondiente como ve a continuación:

5 970 000 000 000 000 000 000 000 = $5{,}97 * 10^{24}$ kg.

Nota: el asterisco es el símbolo por de la multiplicación.

Ejemplo 3

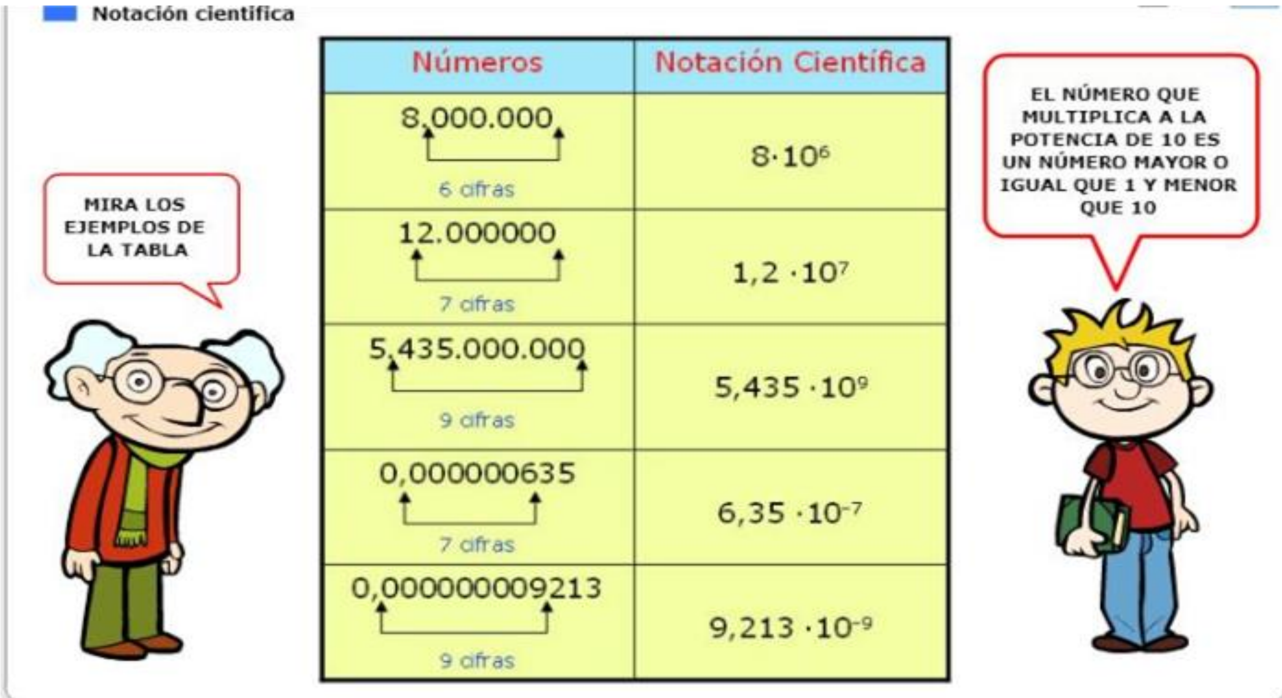
Una cienmillonésima de milímetro cuadrado puede escribirse como: $\frac{1}{100\ 000\ 000}\ \text{mm}^2$

Esta expresión equivale a $0{,}00000001\ \text{mm}^2$.

Dicha cantidad puede escribirse en forma más clara y corta con notación científica:

$0{,}000\ 000\ 1\ \text{mm}^2 = 1 * 10^{-8}\ \text{mm}^2$

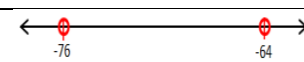
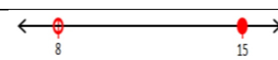
Para mayor claridad, observa la siguiente tabla:



ACTIVIDAD 1

Ejercitación

1. Completa la tabla 1

Notación	Comprensión	Extensión	Gráfico
$[3,12]$			
	$\{x/x\epsilon\mathbb{R}:\ -5 \leq x < 0\}$		
		$\{-22,-21,-20,-19,-18\}$	
			
			
		$\{-2,-1,0,1,2,3,4,\ldots\}$	
	$\{x/x\epsilon\mathbb{R}: 34 \leq x \leq 42\}$		
$]\propto ,75]$			

2. El Ministerio de Salud publicó el 2015, la “Guía de Práctica Clínica para el Diagnóstico, Tratamiento y Control de la Enfermedad Hipertensiva”. En la Tabla 1 se presenta la clasificación de la presión arterial en adultos de 18 años a más.

Ministerio de Salud
RM N.° 031-2015-MINSA

GUÍA TÉCNICA:
GUÍA DE PRÁCTICA CLÍNICA PARA EL DIAGNÓSTICO, TRATAMIENTO Y CONTROL DE LA ENFERMEDAD HIPERTENSIVA

Tabla 1. Clasificación de la presión arterial en adultos de 18 años a más

Categoría	Sistólica (mm Hg)	Diastólica (mm Hg)
Normal	< 120	< 80
Pre-hipertensión	120 - 139	80 - 90
Hipertensión	≥ 140	≥ 90
Estadio 1	140 - 159	90 - 99
Estadio 2	≥ 160	≥ 100

a. Luisa se tomó la presión arterial la semana pasada, tenía 130 de presión sistólica sobre 78 de presión diastólica.

A partir de la situación, responde las siguientes preguntas

- ¿En qué categoría se encuentra su presión arterial? Explica tu respuesta.
- Representa la clasificación de la presión arterial en una tabla de intervalos.

b. Tengo una tía que tiene hipertensión arterial y el doctor le ha dicho que tiene que cuidarse mucho, alimentarse saludablemente, mantener su medicación y hacer ejercicios. Mensualmente debe medir su presión arterial para controlarla. Sus resultados más altos y bajos durante los meses de mayo, junio y julio son los siguientes:

A partir de la situación, responde las siguientes preguntas

- ¿En qué categoría se encuentra la presión arterial de mi tía, según los resultados de los últimos tres meses? Explica tu respuesta
- ¿En qué intervalos de las categorías no está en riesgo la vida de una persona?

3. Completa la tabla 2

NOTACIÓN DECIMAL	NOTACIÓN CIENTÍFICA
25000000000	
0,00000000067	
0,000007842	
3000000000000000000000	
732000000000000000	

1. Escribe o expresa cada número en notación decimal

a. $6{,}278 * 10^{-10}$ b. $6 * 10^{12}$ c. $3 * 10^{-9}$

Comunicación

2. Completa la tabla 3

OBJETO	RADIO EN METROS	
	NOTACIÓN DECIMAL	NOTACIÓN CIENTÍFICA
La luna	1740000	
Átomo de plata		$1{,}25 * 10^{-10}$
Huevo de pez globo	0,0028	
Júpiter		$7{,}147 * 10^{7}$
Átomo de aluminio	0,000000000182	
Diámetro de un virus	0,0000000267	

Razonamiento

3. Indica cuál de los siguientes números está escrito en el formato de notación científica.

a. $7{,}24 * 10^{0,08}$ b. $0{,}724 * 10^{7}$

c. $72{,}4 * 10^{5}$ d. $7{,}24 * 10^{6}$

Resolución de problemas

4. Si la velocidad de la Luz es $3 * 10^{8}$ m/seg, ¿Cuánto tarda en recorrer 15 km?
5. Un bebe recién nacido tiene 26000000000 células. Un adulto tiene $4{,}94 * 10^{13}$ células. ¿Cuántas células más tiene un adulto que un recién nacido? Escribe la respuesta en notación científica.

Evaluación del aprendizaje

Analiza y responde

a. ¿Cuál de las siguientes medidas no se debería escribir en notación científica: número de estrellas en una galaxia, número de granos de arena en una playa, velocidad de un carro, población de un país? Justifica tu respuesta

b. ¿El número $0{,}9 * 10^{-5}$ está escrito correctamente en notación científica? ¿Por qué?

c. ¿Qué diferencia hay en el exponente de la potencia de 10 cuando escribes un número entre 0 y 1 en notación científica y cuando escribe un número mayor que 1 en notación científica?

INTRODUCCIÓN AL ALGEBRA

ÁLGEBRA la rama de las matemáticas que se ocupa de operaciones con y entre símbolos, representados generalmente por letras. Permite llevar a cabo: presupuestos, facturación, cálculos de costos, beneficios y ganancias.

ECUACIONES

Igualdades y ecuaciones

Las igualdades pueden ser numéricas, si solamente comparan números relacionados mediante las operaciones, o algebraicas, si comparan expresiones que involucran números y letras.

De acuerdo con lo anterior, la igualdad 3 + 7 = 10 es numérica, mientras que la igualdad $k - 9 = 11$ es algebraica.

Las ecuaciones son igualdades algebraicas que, al sustituir las letras por ciertos valores, se convierten en igualdades numéricas.

Las soluciones de una ecuación son los valores que pueden tomar las incógnitas, de manera que al sustituirlos en la ecuación se satisface la igualdad.

Una **ecuación de estructura aditiva** se caracteriza porque su operación principal es una adición o una sustracción. Estas ecuaciones son de la forma: $x + a = b \quad 0 \quad x - a = b$

La letra x es la incógnita de la ecuación.

La propiedad uniforme (de las igualdades) establece que si en ambos miembros de una igualdad se suma un mismo número (cantidad negativa o positiva), la igualdad se mantiene.

Ejemplo 1

Resuelve la ecuación $5 + k = 12$, es una ecuación aditiva, observa el proceso de solución

$5 + k = 12$

$5 + (-5) + k = 12 + (-5)$ ← Se suma el opuesto de 5 en ambos lados de la ecuación.

$0 + k = 7$ ← Se aplica la propiedad invertiva de la adición, se resuelve $12 + (-5)$

$k = 7$ ← Se aplica la propiedad modulativa y se obtiene el valor de la incógnita.

Comprobación, para verificar que el valor determinado hace que se cumpla la ecuación.

$5 + k = 12$

$5 + (7) = 12$ ← Se remplaza la variable por el valor determinado.

$12 = 12$ Se cumple la igualdad.

Las ecuaciones de estructura multiplicativa se caracterizan porque su operación principal es una multiplicación o una división.

Son de la forma: $a * x = b, \quad x \div a = b,$ donde x es la incógnita de la ecuación.

Al resolver ecuaciones con estructuras multiplicativas, se debe tener presente:

Dividendo = cociente por divisor más residuo

Ejemplo 3

Resuelve la ecuación $4m + 16 = 24$

$4m + 16 = 24$

$4m + 16 + (-16) = 24 + (-16)$ Se suma el opuesto de 16 en ambos lados de la ecuación.

$4m + 0 = 8$ Se aplica la propiedad invertiva de la adición, se calcula el resultado de $24 + (-16)$

$4m = 8$

$4m * \frac{1}{4} = 8 * \frac{1}{4}$ Se multiplica por el inverso multiplicativo del coeficiente de m o se divide por 4 a ambos lados de la ecuación

$m = 2$

Para verificar que el valor m = 2 es la solución de la ecuación, se reemplaza en la expresión original. Por lo tanto:

$4m + 16 = 24$

$4(2) + 16 = 24$

$8 + 16 = 24$

24 = 24 Por lo tanto 2 es la solución de la ecuación.

Inecuación

Una inecuación es una desigualdad algebraica en la que aparecen letras (incógnitas) de valor desconocido.

Una **inecuación de primer grado con una incógnita** es toda inecuación que pueda escribirse de la forma $ax + b < 0$, con a y b como números reales y $a \neq 0$.

Si el signo $<$ se reemplaza por $\leq$, $>$ o $\geq$, la expresión resultante también se denomina inecuación de primer grado con una incógnita.

Ejemplo 1 Resolver la desigualdad $3x - 7 < 6$

Solución: Desigualdad dada: $3x - 7 < 6$ Adicionando 7 a cada miembro $3x - 7 + 7 < 6 + 7$

Efectuando: $3x < 13$

Dividiendo por 3 cada miembro y resolviendo $x < \frac{13}{3}$

Conjunto solución: $\{ x \in \mathbb{R} / x < \frac{13}{3} \}$, es decir, el $\left(-\infty, \frac{13}{3}\right)$

Ejemplo 2

Hallar y graficar el conjunto solución de $2x - 7 > 5 - x$

Solución: Desigualdad dada: $2x - 7 > 5 - x$ Sumando 7 a cada miembro $2x - 7 + 7 > 5 - x + 7$

Efectuando: $2x > 12 - x$ Sumando x a cada miembro: $2x + x > 12 - x + x$

Efectuando: $3x > 12$

$$x > \frac{12}{3}$$

$x > 4$

Conjunto solución: $\{x \in R / x > 4\}$, es decir, el intervalo $(4, \propto)$.

Comprobación: Para comprobar si el conjunto solución es correcto, reemplacemos en la desigualdad original la x por un valor mayor que 4, por ejemplo 6. Veamos:

$2x - 7 > 5 - x$

Como $x = 6,\ entonces\text{:}\ 2(6) - 7 > 5 - 6$

$$5 > -1$$

ACTIVIDAD 2

1. Resuelve cada ecuación y comprueba su resultado. Recuerda escribir el proceso de solución.

   6. $\boldsymbol{n + 15 = 29}$
   7. $\boldsymbol{-9 + x = 18}$
   8. $\boldsymbol{3k - 9 = -21}$
   9. $\boldsymbol{5x - 12 = 33}$
   10. $\boldsymbol{-6y - 3 = 9 - 8}$

Comunicación

2. Indica si el resultado de las siguientes operaciones es correcto (C) o incorrecto (I) justifica tus respuestas.

   a. 3x+ 5= 8x ( )
   b. y + y= 2y ( )
   c. En el proceso de solución de una ecuación se utiliza el opuesto. ( )
   d. Toda igualdad es una ecuación. ( )
   e. Una igualdad tiene variables (incógnitas) ( )

Razonamiento

3. Para cada enunciado, escribe una expresión o ecuación que lo represente.
   f. Un número n disminuido en seis es igual a quince.
   g. Un número aumentado en ocho es igual a diecinueve.
   h. El triple del número j aumentado en cuatro es igual a veinticinco.

4. Escribe en forma verbal (palabra) las siguientes ecuaciones.
   i. $m - 3 = 14$
   j. $8 - k = 15$
   k. $2d + 9 = 29$
   l. $3y - 5 = 55$

Resolución de problemas

5. Plantea una ecuación que modele cada problema y resuelve. Recuerda escribir el proceso de solución.
   m. Un número menos veinte es igual a cuatro. ¿Cuál es el número?
   n. El perímetro de un lote es igual a sesenta metros, si el ancho es el doble del largo, ¿Cuáles son las medidas del lote?

6. Supón que las dos balanzas están equilibradas

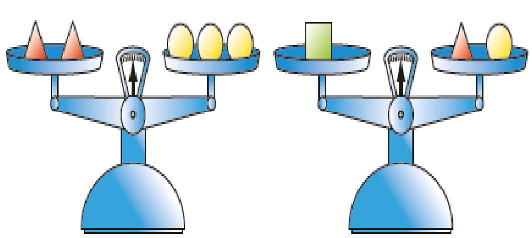


Figura 3

¿Cuántas bolas equilibran la tercera balanza (figura 4). Justifica tu respuesta

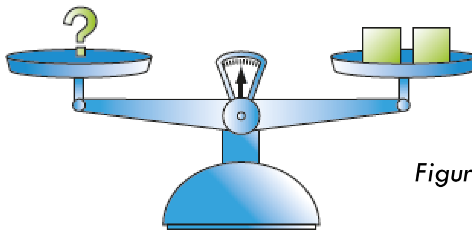
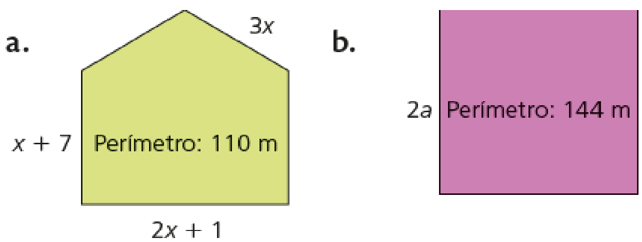


Figura 4

Evaluación del aprendizaje

7. Plantea la ecuación y halla las dimensiones de cada figura. Realiza el proceso de solución.



8. Encuentra y representa en una recta numérica los valores de x que satisfacen cada inecuación dada.

a. $2x - 5 < 7x - 3$

b. $3 - 2x > -25 - 4x$

c. $2x - 7 \leq 12x - 5$

d. $9x - 6 \geq -18x - 1$

e. $-(3x - 7) < 5x - (3 - x)$

f. $-4x > 5x - (2 - 5x)$

9. Escribe la inecuación que corresponde a cada situación.
   a. La suma de dos números enteros consecutivos es menor que 37.
   b. La diferencia del triple de un número y la mitad del número es menor que 24.
   c. La tercera parte de un número aumentada en 5 es mayor que la mitad del número.
   d. Dentro de siete años la edad de José será menor que el doble de su edad actual.

10. En el grado Octavo se quiere formar un grupo de teatro con 28 estudiantes, de manera que el doble de niñas sea mayor que el triple de niños. ¿Cuál es el menor número de niñas que deben participar?

Lenguaje algebraico:

El lenguaje que usamos en operaciones aritméticas en las que sólo intervienen números se llama lenguaje numérico. En ocasiones empleamos letras para representar cualquier número desconocido, realizamos operaciones aritméticas con ellas e, incluso, las incluimos en expresiones matemáticas para poder calcular su valor numérico.

El lenguaje que utiliza letras en combinación con números y signos, y, además, las trata como números en operaciones y propiedades, se llama lenguaje algebraico.

La parte de las Matemáticas que estudia la relación entre números, letras y signos se llama Álgebra.

Algunas características del lenguaje algebraico son:

- El lenguaje algebraico es más preciso que el lenguaje numérico: podemos expresar enunciados de una forma más breve. El conjunto de los múltiplos de 5 es 5 • = {±5, ±10, ±15, ...}. En lenguaje algebraico se expresa 5 • n, con n un número entero.

- El lenguaje algebraico permite expresar relaciones y propiedades numéricas de carácter general. La propiedad conmutativa del producto se expresa a • b = b • a, donde a y b son dos números cualesquiera.

- Con el lenguaje algebraico expresamos números desconocidos y realizamos operaciones aritméticas con ellos. El doble de un número es seis se expresa 2 • x = 6.

Para entender las expresiones que se operan en algebra debemos iniciar reconociendo desde lo básico: El termino algebraico.

Término Algebraico:

Se llama término a toda expresión algebraica cuyas partes no están separadas por los signos $+ \, o \, -$. Así, por ejemplo, ***xy***^{2} es un término algebraico.

En todo término algebraico pueden distinguirse cuatro elementos: el signo, el coeficiente, la parte literal y los exponentes:

Signo: Los términos que van precedidos del signo + se llaman términos positivos, en tanto los términos que van precedidos del signo – se llaman términos negativos. Pero, el signo + se acostumbra omitir delante de los términos positivos; así pues, cuando un término no va precedido de ningún signo se sobreentiende de que es positivo.

Coeficiente: Se llama coeficiente al número que se le coloca delante de una cantidad para multiplicarla. El coeficiente indica el número de veces que dicha cantidad debe tomarse como sumando. En el caso de que una cantidad no vaya precedida de un coeficiente numérico se sobreentiende que el coeficiente es la unidad.

Parte literal: La parte literal está formada por las letras que haya en el término. También se les llama variables, al entender que no representan un valor específico.

Grado: El grado de un término con respecto a una letra es el exponente de dicha letra. Así, por ejemplo el término x^3y^2z, es de tercer grado con respecto a *x*, de segundo grado con respecto a *y* y de primer grado con respecto a *x.* **El grado absoluto de un término** corresponde a la suma de los exponentes de las letras. El grado absoluto del término x^3y^2z seria 6, porque 3+2+1=6.

Ejemplo:

Término algebraico	Coeficiente numérico	Parte literal	Grado
a^3bc	1	a^3bc	$3 + 1 + 1 = 5$
$\frac{3}{7}b^2\frac{x}{y}$	$\frac{3}{7}$	$b^2\frac{x}{y} = b^2xy^{-1}$	$2 + 1 + (-1) = 2$
$-1,\overline{6}ab$	$-1,\overline{6}$	ab	$1 + 1 = 2$
$\frac{4}{3}\pi r^3$	$\frac{4}{3}\pi$	r^3	3
$5^{12}m^3n^a$	5^{12}	m^3n^a	$3 + a$

Expresiones algebraicas:

Las expresiones algebraicas son aquellas que están compuestas por uno o más términos. Las expresiones que contienen un solo termino se conocen como **monomios,** y más de un término, **polinomios.**

- Una **expresión algebraica** es la suma de dos o más términos algebraicos.
- De acuerdo con el número de términos que componen una expresión algebraica, estas se clasifican en: **monomios** (un término) y multinomios (dos términos o más). A los **multinomios** con dos términos se les llama **binomios**, y los de tres términos, **trinomios**.
- Si los exponentes de la parte literal son todos positivos, llamaremos a la expresión algebraica **polinomio**.

Ejemplo:

Monomios	Binomios	Trinomios	Multinomios
b	$-23,\overline{12}j + 6j$	$m^2 + 2mn + n^2$	$a^3b + c + 4a^3 + c^2$
$\frac{2xy^2}{5}$	$\frac{2x + y^2}{5}$	$\frac{1}{d} + h^2j + 9\frac{a}{d}$	$\frac{2a + p}{2} + \frac{a^3}{3} + \frac{a - p}{4}$
r^{n+2}	$a^2 - b^2$	$\frac{A_1 + A_2 + A_3}{3}$	$3st + \frac{4}{3}rs + 2 + st$

Grado de una expresión algebraica:

Ejemplo:

El **grado absoluto** de un polinomio es el mayor de los grados de los términos que contiene el polinomio.

Grado del monomio

$$\underbrace{11x^3y}_{3+1=4} - \underbrace{7xy^2}_{1+2=3} + \underbrace{5x}_{1} - \underbrace{13}_{0} \text{ es de grado 4.}$$

- **Termino independiente de un polinomio:**

El **término independiente de un polinomio** es el término de grado cero en el polinomio, es decir, la constante. Por ejemplo, en el polinomio $7y^4 + 5y^3 + 12$, el término independiente es 12 porque su grado es cero, es decir, $12\,y^0 = 12$.

- **Polinomio Ordenado**

Un polinomio se puede ordenar con respecto a los exponentes de una de sus variables. Así, si los exponentes de la variable aparecen de *menor a mayor*, el polinomio está ordenado en forma **ascendente**. En cambio, si los exponentes de la variable aparecen de *mayor a menor* el polinomio está ordenado en forma **descendente**. Por ejemplo, el trinomio $x^4y^3 - 2x^3y^5 + 7x^2y$ está ordenado en forma descendente con respecto a x.

- **Polinomio Completo**

Un polinomio es **completo** si, al ordenarlo con respecto a una variable, aparecen los exponentes consecutivos entre 0 y el mayor exponente de la variable. Por ejemplo, para determinar si el polinomio $3a^2b^3 - a^3 + 8b^2$ es completo, se ordenan sus términos con respecto a la variable a, es decir, $-a^3 + 3a^2b^3 + 8b^2$. Como no aparece ningún término en el que la variable a tenga exponente 1, entonces el polinomio no es completo.

- **Polinomio Opuesto**

El **opuesto** de un polinomio se obtiene al cambiar los signos de los coeficientes de cada uno de sus términos. Por ejemplo, el opuesto del binomio $-3ax^2y + 5ax$ es $3ax^2y - 5ax$.

d. **Algunas traducciones del lenguaje verbal a expresiones algebraicas:**

Lenguaje común:	**Lenguaje algebraico**
Un número cualquiera	x
Dos números cualesquiera	x, y
La suma de dos números cualquiera	$x + y$
La adición de dos números cualquiera	$x + y$
La resta de dos números cualquiera	$x - y$
La diferencia de dos números cualquiera	$x - y$
El doble de un número cualquiera	$2x$
El duplo de un número cualquiera	$2x$
El triple de un número cualquiera	$3x$
El cuadrado de un número cualquiera	x^2
El cubo de un número cualquiera	x^3

ACTIVIDAD 3

1. Desglosa cada uno de los términos algebraicos según los elementos que lo componen, y completa la tabla.

EXPRESION ALGEBRAICA MONOMIOS	SIGNO	COEFICIENTE	EXPONENTES	PARTE LITERAL	GRADO ABSOLUTO	GRADO RELATIVO			
						a	b	x	y
$-a^4.b$									
$\frac{5.x^2.y^3}{6}$									
$2.a^5.y.b^6$									
$x^9y^2b^5a^3$									
$-\frac{3}{5}a^2x^7y^0$									

2. Utiliza el lenguaje algebraico para escribir las siguientes expresiones.

a. El área de un Rectángulo.
b. El perímetro de un cuadrado.
c. El producto de dos números pares consecutivos.
d. El cuadrado de un número más su mitad.
e. El triple de un número menos seis.
f. El triple de un número más su cuarta parte.
g. El cuadrado de la diferencia de dos números.
h. La diferencia de los cuadrados de dos números.

i. La quinta parte de la suma de tres números.
j. La suma del cuadrado de a y el triple de b.
k. El cociente de dos números consecutivos.
l. La diferencia de dos números pares consecutivos.

3. Completa la siguiente tabla:

POLINOMIO	GRADO	N.° DE TÉRMINOS	VARIABLE/S
$3x^4 + 2x - 1$			
	5	2	x, y
$\frac{x^3}{2} + 5x$			
$-\frac{3}{4}x^2 + 2x - 7$			

4. Traduce las siguientes expresiones algebraicas al lenguaje verbal:

a. $2 \cdot (a + b)$
b. $3b^3 - b^2$
c. $(x + y)^2$
d. $3 \cdot \sqrt{x - 1}$
e. $x^2 \cdot (x + 1)^2$
f. $3x \cdot x^2$

5. Completa los exponentes de cada monomio, teniendo en cuenta su grado absoluto:

a. $-5x^{\square}y^2$ Grado absoluto: 5
b. $\frac{1}{3}my^2z^{\square}$ Grado absoluto: 11
c. $\sqrt{7}\,a^2b^{\square}c^9$ Grado absoluto: 23

6. Ordene cada polinomio según la instrucción

En forma descendente

a) $x - 4x^3 + 7x^2 + 10x^4$
b) $4m^4 - 5m^6 + 2m - 9m^3 + 11$
c) $-2y^6 + 4y^2 - 3y^5 + y - 7y^4 + y^3 + 1$
d) $3a + a^2 - 1 + a^3$

En forma ascendente

a) $-3x^2 - 4x^5 + 3x + 1x^3 + 3$
b) $m + 1m^3 + 2m^2 - m^4 - 1$
c) $-t^6 + 2t^2 - 4t^5 + t - 2t^4 + t^3 - 3$
d) $a - 3a^2 + 1 - a^3$

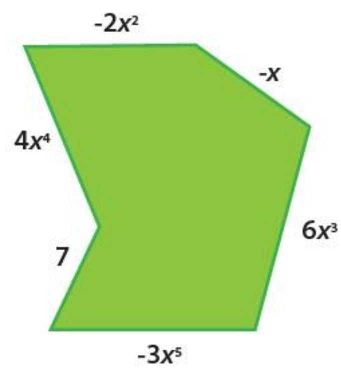
7. Escriba el término que falta en cada polinomio para que sea completo. Luego, escriba el polinomio completo.

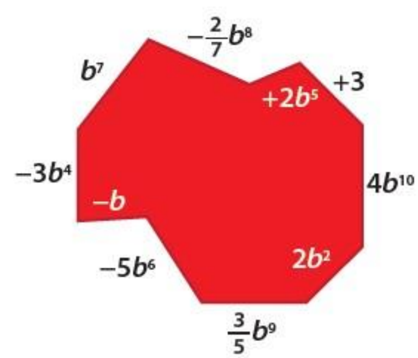
Polinomio incompleto	Término elegido	Polinomio completo
$5x^4 + 2x^2 - x + 1$		
$3m^2 + 2m^3 - 4$		
$4t^4 - 3t^3 + t - 5$		
$2{,}3y^2 + 1{,}2y^3 - 5$		

8. Determina el polinomio apuesto de cada expresión.

a. $5x^3 - 2x^2 + x - 7$
b. $3x^4y + 6x^3y^2 - 8x^2y^2 + 5xy^4$
c. $5pq^4 + 3p^2q^3 - 7p^3q^2 + r$
d. $-7m^5 + \frac{1}{2}m^4 - m^3 + \frac{1}{3}m^2 - 1$
e. $\frac{2}{3}a^4b^3c^2 + \frac{1}{4}a^3b^4c^4 - 2d$

9. Escriba el polinomio ordenado que determina el perímetro de cada figura. Luego, escriba el grado de ese polinomio.





VALOR NUMÉRICO DE UNA EXPRESIÓN ALGEBRAICA.
REDUCCIÓN DE TÉRMINOS SEMEJANTES.

a. Valor Numérico de una expresión algebraica:

El valor numérico de una expresión algebraica es el resultado que obtenemos al evaluarlo, esto es, al sustituir o reemplazar las variables por un número dado, notemos que esto implica que el valor numérico depende del número por el cual sustituyamos la variable.

Ejemplo:
Calcular el valor numérico del siguiente monomio para los valores indicados:

$-\frac{1}{2}mn^3$, **si** $m = -4$ **y** $n = 3$.

Se realizan los siguientes pasos:

$-\frac{1}{2}(-4)(3)^3$ Se remplazan m y n.

$= -\frac{1}{2}(-4)(27)$ Se resuelve la potencia.

$= 54$ Se simplifica.

Por tanto, el valor numérico de $-\frac{1}{2}mn^3$ cuando $m = -4$ y $n = 3$ es 54.

Ejemplo:

1. Calcular el valor numérico de cada polinomio si $a = 3$, $b = -2$ **y** $c = 4$.

a. $5ab^2 - 2a^3c + abc^2 - 30$

Se realizan los siguientes pasos:

$5(3)(-2)^2 - 2(3)^3(4) + (3)(-2)(4)^2 - 30$ Se remplaza cada variable.

$= 5(3)(4) - 2(27)(4) + (3)(-2)(16) - 30$ Se resuelven las potencias.

$= 60 - 216 - 96 - 30$ Se multiplica.

$= -282$ Se simplifica.

Ejemplo:

.

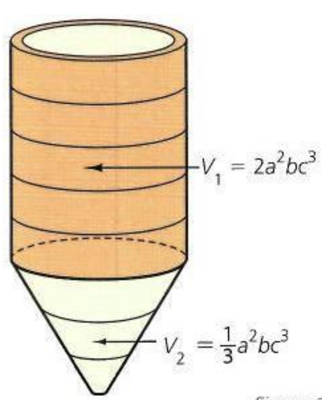


Figura 2.4

El volumen total V del sólido de la Figura 2.4 se calcula de esta manera:

$$V = 2a^2bc^3 + \frac{1}{3}a^2bc^3$$

Como los términos $2a^2bc^3$ y $\frac{1}{3}a^2bc^3$ son semejantes, entonces:

$$V = 2a^2bc^3 + \frac{1}{3}a^2bc^3 = \left(2 + \frac{1}{3}\right)a^2bc^3 = \frac{7}{3}a^2bc^3$$

Este resultado es un monomio de coeficiente $\frac{7}{3}$ y de parte literal a^2bc^3; su grado absoluto es 6, mientras que el grado relativo con respecto a c es 3.

b. *Términos Semejantes. Reducción de Términos Semejantes*

Los términos semejantes están formados por las mismas variables con los mismos exponentes, y en algunos casos estos solo se diferencian por sus coeficientes numéricos.

Ejemplos:

a. $3a^2b^3x^5$; $5a^2b^3x^5$; $2a^2b^3x^5$ Tienen la misma parte literal a^2 b^3 x^5 por lo tanto son términos semejantes.

b. $9x^2m^4$; $6m^4x^2$; $3m^4x^2$ Tienen la misma parte literal x^2 m^4, por lo tanto son términos semejantes.

c. $5x^4$; $7x^4$; x^4 ; $4x^4$ Tienen la misma parte literal x^4, por lo tanto son términos semejantes.

Aquellos términos que tienen las mismas variables, pero con diferentes exponentes son llamados términos no semejantes:

Ejemplos:

– $9a^2b + 5ab$. Las variables tienen diferentes exponentes.
– $5x + y$. Las variables son diferentes.
– $b – 8$. Un término tiene una variable, el otro es una constante.

➢ **Reducción de términos semejantes**

La reducción de términos semejantes se hace aplicando la propiedad asociativa de la adición y la propiedad distributiva del producto. Usando el siguiente procedimiento se puede hacer una reducción de términos:

– Primero se agrupan lo términos semejantes.
– Se suman o restan los coeficientes (los números que a acompañan a las variables) de los términos semejantes, y se aplican las propiedades asociativas, conmutativas o distributivas, según sea el caso.
– Después se escriben los nuevos términos obtenidos, colocando delante de estos el signo que resultó de la operación.

Ejemplo:

Reducir los términos de la siguiente expresión: $10x + 3y + 4x + 5y$.

Solución:

Primero se ordenan los términos para agrupar los que son semejantes, aplicando la propiedad conmutativa:

$$10x + 3y + 4x + 5y = 10x + 4x + 3y +5y.$$

Luego se aplica la propiedad distributiva y se suman los coeficientes que acompañan a las variables para obtener la reducción de los términos:

$=10x + 4x + 3y +5y$

$= (10 + 4)x + (3 + 5)y$

$= 14x + 8y$

Reducción de términos semejantes con signos iguales: En este caso los coeficientes son sumados y delante del resultado se coloca el signo de los términos. Por lo tanto, si son positivos, los términos resultantes serán positivos; en el caso de que los términos sean negativos, el resultado tendrá el signo (-) acompañado de la variable.

Ejemplo:

a) $22ab^2 + 12ab^2 = 34\ ab^2$.

b) $-18x^3 – 9x^3 – 6 = -27x^3 – 6$.

Reducción de términos semejantes con signos diferentes: En este caso se restan los coeficientes, y delante del resultado se coloca el signo del coeficiente mayor.

Ejemplo:

a) $15x^2y - 4x^2y + 6x^2y - 11x^2y =$
$(15x^2y + 6x^2y) + (-4x^2y - 11x^2y)$
$= 21x^2y + (-15x^2y) =$
$21x^2y - 15x^2y = 6x^2y$.

b) $-5a^3b + 3a^3b - 4a^3b + a^3b = (3a^3b + a^3b) + (-5a^3b - 4a^3b) = 4a^3b - 9a^3b = -5a^3b$.

De esa forma, para reducir los términos semejantes que posean signos diferentes se forma un solo término aditivo con todos aquellos que tengan signo positivo (+), se suman los coeficientes y el resultado se acompaña de las variables.

De la misma manera se forma un término sustractivo, con todos aquellos términos que tengan signo negativo (-), se suman los coeficientes y el resultado se acompaña de las variables.

Finalmente se restan las sumas de los dos términos formados, y al resultado se coloca el signo de la mayor.

ACTIVIDAD 4

1. Indique si los términos que aparecen en la siguiente tabla son semejantes o no. Explique su respuesta.

Término	¿Son semejantes?		¿Por qué?
	Si	No	
a) $7a^2b^3$ **y** $-2a^2b^3$			
b) $2pqr$ **y** $-5pqr$			
c) $\frac{1}{5}x^3y^4z$ **y** $-0{,}13x^4y^3z^2$			
d) $-9m^5n^{12}$ **y** $-m^5n^9$			

2. Calcula el valor numérico de las expresiones algebraicas siguientes, considerando:

Expresión algebraica	Reemplazar: $a = 2; b = 5; c = -3; d = -1; f = 0.$	Resultado
$(b+c)^2$		
$\frac{c}{3} + \frac{b}{5} - \frac{a}{2}$		
$3(a-b) + 2(c-d)$		
$4ab - 3bc - 15d$		
$6a^3f$		
$5a^2 - 2bc - 3d$		
$2a^2 - 3b^3 - c^3 - d^5$		

3. Calcular el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas, considerando los valores presentados:

a) $4x + 15$, con $x = 3{,}8$

b) $28 - 3m$, con $m = 9$

c) $-2a + 3$, con $a = 2$

d) $6{,}5p - 1{,}5$, con $p = 0{,}5$

e) $(a+b)-(c-d)$, si $a = 2,\ b = 1,\ c = \frac{1}{4}$ y $d = \frac{1}{2}$

f) $\frac{a+b+c}{2} - \frac{a-b+c}{5}$ si $a = \frac{1}{2},\ b = \frac{1}{3}$ y $c = \frac{1}{5}$

4. Una con una línea los términos de la columna A con el término semejante de la columna B.

A	B
$5a^3$	x^8y
$-22x^8y$	$34he$
$0{,}14b^2c$	$-9a^3$
$10{,}05eh$	$-1{,}4z^5eh$
$-3ez^5h$	$-5b^2c$

5. Reduzca los siguientes términos semejantes.

a) $4x + 5x =$

b) $5x^2 - 10x^2 =$

c) $2a + 3b - a + 2b =$

d) $3m - 5n + 4m + 7n =$

e) $x^2 + 4x - 5x + x^2 =$

f) $5a^4 - 3a^2 + a^4 + 4a^2 =$

g) $7mn - 5tv + 4x^2 - 2tv + 3x^2 - 3mn =$

h) $2x + 5y - 14x + 15y - 6x + 10y =$

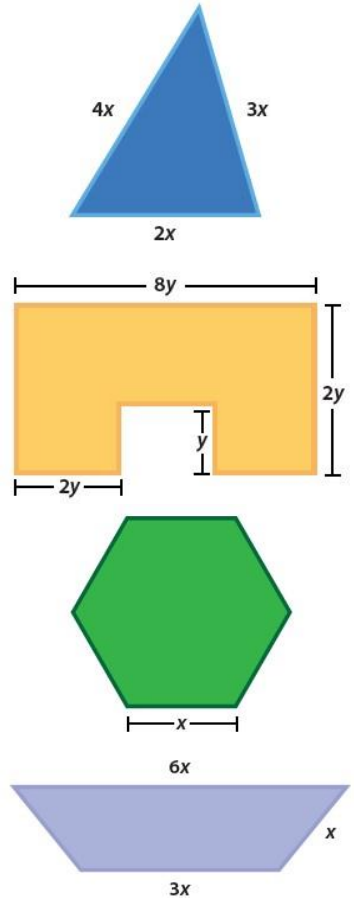
i) $6a + 14b + 11a + 10b =$

6. La capacidad pulmonar de una mujer, en litros, se puede estimar con la expresión algebraica $0{,}041E - 0{,}018A - 2{,}69$, donde $\boldsymbol{E}$ es la estatura en cm y $\boldsymbol{A}$ la edad en años.
Encuentre la capacidad pulmonar de una mujer de 37 años y que tiene de estatura 161 cm.

7. La distancia recorrida por un cuerpo, que se mueve con velocidad constante v y en línea recta durante un tiempo t es $d = \frac{v}{t}$. Si un avión se mueve en línea recta a una velocidad constante de 400 km/h durante 2,5 h de su recorrido, ¿qué distancia recorrió en ese tiempo?

8. La base de un rectángulo mide 4 metros más que el doble de su ancho. Si x es el ancho, elabore un dibujo del rectángulo y halle su perímetro.

9. Representa el perímetro de cada figura mediante un polinomio. Luego, calcula su valor numérico si x = 3 cm y = 2 $\frac{1}{4}$ cm



ADICIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS (POLINOMIOS)

Adición de polinomios

Para sumar polinomios, se suman entre si los monomios semejantes, es reducir términos semejantes, es decir, se suman los coeficientes de los monomios semejantes y se deja la misma parte literal. Si los monomios no son semejantes, la suma se deja indicada.

Los polinomios se pueden adicionar como se explica a continuación:

En forma horizontal	En forma vertical
• Se ordenan los polinomios en forma descendente o ascendente con respecto a una variable y se indica la operación a realizar. • Se agrupan en paréntesis los monomios semejantes teniendo en cuenta su signo. • Se eliminan los paréntesis y se reducen los términos semejantes	• Se ordenan los polinomios en forma descendente o ascendente con respecto a una variable. • Se escriben los polinomios uno debajo del otro, de tal forma que los términos semejantes queden en la misma columna o dirección. • Se reducen los términos semejantes y se obtiene la adición.

PARA TENER EN CUENTA: por cualquiera de los procesos que se aplique se obtiene el mismo resultado.

Ejemplo 1: Adiciona los siguientes polinomios $(2x^3 - 6x + 4 + 3x^2)$ y $(5x - x^2 + 4x^3 - 1)$

En forma horizontal	En forma vertical
$(2x^3 - 6x + 4 + 3x^2)$ y $(5x - x^2 + 4x^3 - 1)$ • Ordenamos los polinomios respecto a la variable en forma descendente $=(2x^3 + 3x^2 - 6x + 4) + (4x^3 - x^2 + 5x - 1)$ • Agrupamos los monomios o términos semejantes $=(2x^3 + 4x^3) + (3x^2 - x^2) + (-6x + 5x) + (4 - 1)$ $= \quad 6x^3 \quad + 2x^2 \quad - 1x \quad + 3$ • Reducción de términos semejantes **Respuesta** $= \quad 6x^3 + 2x^2 - x + 3$	$(2x^3 - 6x + 4 + 3x^2)$ y $(5x - x^2 + 4x^3 - 1)$ • Ordenamos los polinomios respecto a la variable en forma descendente $=(2x^3 + 3x^2 - 6x + 4)$; $(4x^3 - x^2 + 5x - 1)$ • Se escriben los polinomios uno debajo del otro $\begin{array}{rrrrr} & 2x^3 & +3x^2 & -6x & +4 \\ + & 4x^3 & -x^2 & +5x & -1 \\ \hline & 6x^3 & +2x^2 & -x & +3 \end{array}$

Ejemplo 2

Al adicionar el polinomio $-4y^2 + x^2 + 8xy$ y el polinomio $5xy + 6y^2 + 3 + 9x^2$, se puede proceder de las siguientes maneras:

En forma horizontal	En forma vertical
$(-4y^2 + x^2 + 8xy)$ y $(5xy + 6y^2 + 3 + 9x^2)$ • Ordenamos los polinomios respecto a la variable en forma descendente $=(x^2 + 8xy - 4y^2) + (9x^2 + 5xy + 6y^2 + 3)$ • Agrupamos los monomios o términos semejantes $=(x^2 + 9x^2) + (8xy + 5xy) + (-4y^2 + 6y^2) + (3)$ $= \quad 10x^2 \quad + 13xy \quad + 2y^2 \quad + 3$ • Reducción de términos semejantes **Respuesta** $= \quad 10x^2 + 13xy + 2y^2 + 3$	$(-4y^2 + x^2 + 8xy)$ y $(5xy + 6y^2 + 3 + 9x^2)$ • Ordenamos los polinomios respecto a la variable en forma descendente $(x^2 + 8xy - 4y^2)$; $(9x^2 + 5xy + 6y^2 + 3)$ • Se escriben los polinomios uno debajo del otro $\begin{array}{rrrrr} + & x^2 & +8xy & -4y^2 & \\ & 9x^2 & +5xy & +6y^2 & +3 \\ \hline & 10x^2 & +13xy & +2y^2 & +3 \end{array}$

Ejemplo 3: Hallar la expresión algebraica que representa el perímetro figura 2

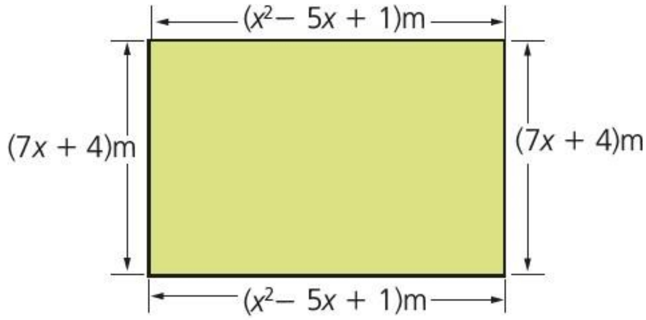


Figura 2

Se puede proceder así:

En forma horizontal	En forma vertical
$P = (x^2 - 5x + 1) + (7x + 4) + (x^2 - 5x + 1) + (7x + 4)$ • Ordenamos los polinomios respecto a la variable en forma descendente $P = (x^2 - 5x + 1) + (7x + 4) + (x^2 - 5x + 1) + (7x + 4)$	$(-4y^2 + x^2 + 8xy)$ y $(5xy + 6y^2 + 3 + 9x^2)$ • Ordenamos los polinomios respecto a la variable en forma descendente $(P = (x^2 - 5x + 1) + (7x + 4) + (x^2 - 5x + 1) + (7x + 4)$
• Agrupamos los monomios o términos semejantes $= \underbrace{(x^2 + x^2)}_{= 2x^2} + \underbrace{(-5x + 7x - 5x + 7x)}_{+ 4x} + \underbrace{(1 + 4 + 1 + 4)}_{+ 10}$ $= 2x^2 \quad + 4x \quad + 10$ • Reducción de términos semejantes **Respuesta** $= 2x^2 + 4x + 10$	• Se escriben los polinomios uno debajo del otro $\begin{array}{rrr} x^2 & -5x & +1 \\ & +7x & +4 \\ x^2 & -5x & +1 \\ & 7x & +4 \\ \hline = 2x^2 & +4x & +10 \end{array}$

ACTIVIDAD 5

1. Adiciona los siguientes polinomios, realizando uno de los procesos explicados.

   a. $(12m^2n - 3mn + 3)\ y\ (4m^2n + 7mn)$
   b. $(24x^3y^2) + (9x^3y^2)$
   c. $(5a^2 - 14a - 9) + (-2a^2 + 18)$
   d. $(-12bc^2 - 2b^2c + 5b^3 - 8)$ y $(-9 + 7bc^2 - 25b^2c)$

2. Organiza los polinomios de forma vertical, luego determina el resultado de su suma.

   a. $(6a - 2a^2b + 3a^3) + (16a + 7a^2b - a^3)$
   b. $(17n + 5m^2n + 7m^3) + (10m^3 - 9m^2n + 6n)$
   c. $(-8xy + 6x^2y - 2x^4) + (4x^3 + 11x^2y - 4x^4 - 1)$
   d. $\left(\frac{4}{11}a - \frac{5}{3}a^2b + 16a^3\right) + \left(\frac{8}{7}a - a^2b - \frac{2}{9}a^3\right)$

e. $(2x + 9x^2y + 3y^3) + (-y^3 - 9x^2y + 4x) + (19 - x - 7y^3)$

f. $(7{,}5x^2 + 9{,}62x - 0{,}8) + (7{,}32x^2 + 6{,}3x + 6)$

3. La suma de dos monomios es igual a $12m^6$. ¿Cuáles son los monomios?, explica.

a. $5m^3 \quad y \quad 7m^3$

b. $6x^6 \quad y \quad 6x^6$

c. $4m^6 \quad y \quad 9m^6$

d. $7m^6 \quad y \quad m^6$

4. Completa los términos de la operación, del tal forma que la operación y respuesta se cumplan.

$$\begin{array}{ccccccccc}
5a^2 & + & \square & + & 7b^2 & - & 30 \\
 & & 5ab & - & \square & + & \square \\
\square & + & ab & - & 36b^2 & & \\
\hline
-21a^2 & - & 8ab & + & 2b^2 & + & 15
\end{array}$$

5. Con los siguientes polinomios.
$P(x) = 9x^4 + 5x^3 - 8x + 4$
$Q(x) = 3x^4 - 9x^3 + x^2 + 3$
$R(x) = -4x^5 + 6x^4 - 11x^2 + 4x - 12$

Realiza las siguientes operaciones.

a. $P(x) + Q(x)$

b. $P(x) + R(x)$

c. $R(x) + Q(x)$

d. $P(x) + Q(x) + R(x)$

6. Determina el polinomio que representa el perímetro de las siguientes figuras. Escribe el proceso.

a.

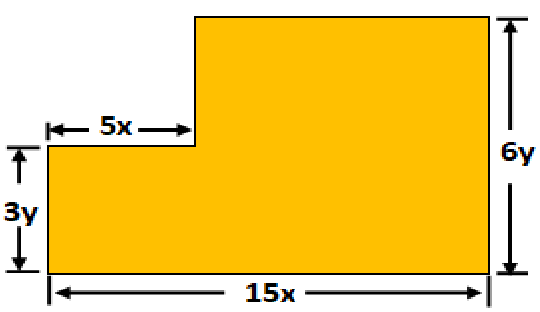


Figura 4

b.

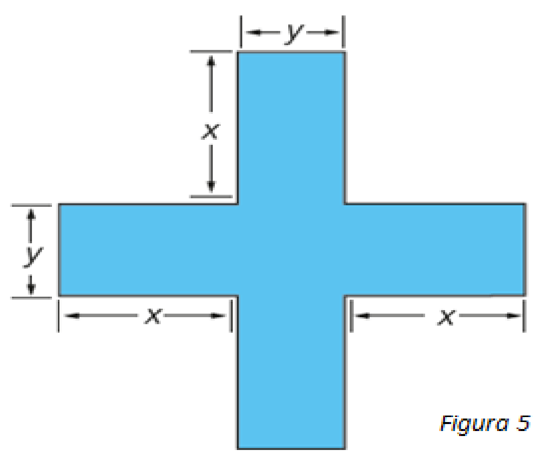


Figura 5

7. Halla dos polinomios cuya suma sea el resultado de cada uno de los siguientes polinomios:

a. $5 + 2x + 8xy - y^2$

b. $3a^2 + 5ab + 4b^2$

SUSTRACCIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS (POLINOMIOS)

La gran diferencia que existe con la suma, es que al polinomio negativo se le cambiarán previamente, los signos de todos sus términos del polinomio sustraendo, es decir se realizará la operación con el polinomio opuesto del sustraendo. Luego de esto, se procederá como en la suma.
Para restar polinomios, se restan entre si los monomios semejantes, es reducir términos semejantes, es decir, se restan los coeficientes de los monomios semejantes y se deja la misma parte literal. Si los monomios no son semejantes, la resta se deja indicada.
Al hacer sustracciones de polinomios se utiliza el polinomio opuesto

Ejemplo 1:
¿Cómo se halla el polinomio opuesto de otro polinomio?, se halla determinando o estableciendo el opuesto de los coeficientes de sus términos. Luego el opuesto del polinomio $3x^3 - 4x^2 - 6x + \frac{5}{2}$ es $-3x^3 + 4x^2 + 6x - \frac{5}{2}$ dado que los opuestos de los coeficientes $3, -4, -6, \frac{5}{2}$ son: $-3,\ 4,\ 6,\ -\frac{5}{2}$ respectivamente.

Ejemplo 2:

Sean los Polinomios:

$$P(x) = 2x^3 - 5x^2 + 10x - 7$$
$$Q(x) = x^3 - 7x^2 + 3x - 11$$

Calcular P(x) – Q(x)

Solución:

Veamos cómo se desarrolla esta diferencia de Polinomios:

$$\underbrace{2x^3 - 5x^2 + 10x - 7}_{P(x)} - \underbrace{(x^3 - 7x^2 + 3x - 11)}_{Q(x)}$$

Tengamos en cuenta: Q(x) es polinomio, observar el signo negativo a su izquierda «–». Este signo cambia todos los signos internos del polinomio Q(x).

Cambiando de signos a todos los términos de Q(x), tenemos:

$$2x^2 - 5x^2 + 10x - 7 - x^3 + 7x^2 - 3x + 11$$

Seleccionamos términos semejantes y reducimos:

$$P(x) - Q(x) = x^3 + 2x^2 + 7x + 4$$

Ejemplo 3:

Dados los siguientes polinomios:

$$P(x) = -5x^3 - 2x^2 + 3x - 12$$
$$Q(x) = 4x^3 + 5x - 2x^2 + 3$$
$$R(x) = -4x^2 + 1 - 6x^3 + 4x$$

Encontrar $P(x) - Q(x) - R(x)$

Solución:

Ordenamos los polinomios ya que están completos:

$$P(x) = -5x^3 - 2x^2 + 3x - 12 \qquad Q(x) = 4x^3 - 2x^2 + 5x + 3 \qquad R(x) = -6x^3 - 4x^2 + 4x + 1$$

Calculamos el opuesto de los últimos polinomios" los que tienen el menos (-) delante"

$$-Q(x) = -4x^3 + 2x^2 - 5x - 3 \qquad\qquad -R(x) = 6x^3 + 4x^2 - 4x - 1$$

Agrupamos y sumamos:

$$\begin{array}{rrrrr}
P(x)= & -5x^3 & -2x^2 & +3x & -12 \\
-Q(x)= & -4x^3 & +2x^2 & -5x & -3 \\
-R(x)= & 6x^3 & +4x^2 & -4x & -1 \\
\hline
P(x)+[-Q(x)]+[-R(x)]= & -3x^3 & +4x^2 & -6x & -16
\end{array}$$

Ejemplo 4:

Para restar $4y^3 + 2y^2 - y + 8$ menos $y^3 - 10y^2 + 3$ para su solución aplicamos el concepto de polinomio opuesto, y se puede proceder de las siguientes maneras:

De forma horizontal

1. Se identifica de los polinomios a operar, tanto el minuendo como el sustraendo.
   Minuendo: $(4y^3 + 2y^2 - y + 8)$ **Sustraendo:**$(y^3 - 10y^2 + 3)$
2. Se escribe el minuendo (polinomio) con su respectivo signo y, a continuación, el polinomio opuesto del sustraendo.
   $(4y^3 + 2y^2 - y + 8) - (y^3 - 10y^2 + 3)$
   $= 4y^3 + 2y^2 - y + 8 - y^3 + 10y^2 - 3$
3. Se agrupan términos semejantes, entre cada agrupación colocamos el signo + para no alterar el resultado y por último se reducen los términos semejantes.
   $$\underbrace{(4y^3 - y^3)}_{3y^3} + \underbrace{(2y^2 + 10y^2)}_{+12y^2} + \underbrace{(-y)}_{-y} + \underbrace{(8 - 3)}_{+5}$$

Respuesta = $3y^3 + 12y^2 - y + 5$

Recordar que el coeficiente de y^3 es 1, siempre que en el monomio no se observe coeficiente se sobre entiende que el coeficiente es 1

De forma vertical

1. Se identifica de los polinomios a operar, tanto el minuendo como el sustraendo.
   Minuendo: $(4y^3 + 2y^2 - y + 8)$ **Sustraendo:**$(y^3 - 10y^2 + 3)$

2. Se ubican los términos minuendo(polinomio) y, debajo los términos del opuesto del polinomio sustraendo, teniendo en cuenta que cada término quede en la misma columna que su semejante, si no aparece un término semejante se rellena con cero

$$\begin{array}{r} 4y^3 + 2y^2 - y + 8 \\ - y^3 + 10y^2 + 0 - 3 \\ \hline 3y^3 + 12y^2 - y + 5 \end{array}$$

ACTIVIDAD 6

<u>NOTA: TODAS LAS RESPUESTAS DE LOS EJERCICIOS DEBEN SER JUSTIFICADAS CON LAS RESPECTIVAS OPERACIONES, PROCEDIMIENTOS O PROCESOS.</u>

1. Escribe el opuesto de cada polinomio.
   a. $6x - 4$
   b. $-7bd + 5b^2c$
   c. $14m^5n^2 - m^2n^3 - 12mn^4 + 8$
   d. $-18bc^2 - 7b^2c + 4$
   e. $-a^6b^4 - 7a^4b^3 + 6a^3b^2 - a^2b + 8a - 3$

2. Resuelve las siguientes sustracciones, realizando uno de los procesos explicados.

   a. $7a^2b^3$ y $-15x^2y^3$
   b. $(9m^3 - 4m)$ y $(19m^3 + m)$
   c. $(23x^2 + 9x - 4) - (2x^2 - 3x - 16)$
   d. $(5x - 11 + 4xy^2) - (-18 + 3xy^2)$
   e. $(14n + 5m^2n + 4m^3) - (10m^3 - 9m^2n + 8n) - (-7m^3 + 2n - 5)$
   f. $\left(\frac{16}{3}n + 5m^2n + \frac{1}{2}m^3\right) - \left(\frac{5}{4}m^3 - \frac{9}{7}m^2n + \frac{11}{6}n\right)$
   g. $(9{,}3x^2 + 4{,}62x - 0{,}4) - (5{,}76x^2 + 6{,}1x + 7)$

3. Realiza estas operaciones, Justifica realizando el proceso.

   a. De $5x^2y^3$, restar $9x^2y^3$
   b. Restar $-14m^4n^3$, de $26m^4n^3$
   c. De la suma de $9x^2 + 5x - 6$ con $8x - 3x^2 - 4$, restar $8 - 5x + x^2$

4. ¿Cuánto debes restar a $7m^2 - 6m + 8$ para obtener como resultado (diferencia) $3m^2 - 5m - 2$?

5. Resta la suma de $9n^2 - 7n - 2$ y $4n^2 - 3n + 9$ de $20n^2 + n - 6$.

6. Efectúa las siguientes operaciones, escribe el proceso de solución.

   a. $(25y - 3) + (3y - 6) - (y + 5)$

   b. $(7k + 8) - (16k - 1) - (-5k + 2)$

   c. $(14x^2 - 3x^2y - 2) - 5x^2 - (-8x^2 + 4)$

MULTIPLICACIÓN O PRODUCTO DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

La multiplicación de dos expresiones algebraicas es otra expresión algebraica, en otras palabras, es una operación matemática que consiste en obtener un resultado llamado producto a partir de dos factores algebraicos llamado multiplicando y multiplicador

Para estudiar la multiplicación de polinomios, se analizará cada uno de los posibles casos entre expresiones algebraicas:

- ***Multiplicación de monomios:***

La multiplicación entre monomios es muy sencilla:

- Primero multiplicamos los coeficientes de cada monomio
- Luego multiplicamos la parte literal, esto es, las variables según las leyes de los exponentes (Producto de potencias de igual base)
- Aplicamos la ley distributiva.
- Por último, aplicamos finalmente las leyes de los signos.

Ejemplo 1:

- Multiplicar $-2y^3$ y $3y^4$.

  Solución:

$$\begin{aligned}(-2y^3)(3y^4) &= (-2 \cdot 3)(y^3 \cdot y^4) \\ &= (-6)(y^{3+4}) \\ &= -6y^7\end{aligned}$$

- Multiplicar $5xy^2$ y $3x^2y$.

  Solución:

$$\begin{aligned}(5xy^2)(3x^2y) &= (5 \cdot 3)(xy^2 \cdot x^2y) \\ &= (15)(x^{1+2}y^{2+1}) \\ &= 15x^3y^3\end{aligned}$$

- Multiplicar $-3a^2$ y a^2.

  Solución:

$$\begin{aligned}(-3a^2)(a^2) &= (-3 \cdot 1)(a^2 \cdot a^2) \\ &= (-3)(a^{2+2}) \\ &= -3a^4\end{aligned}$$

- Multiplicar a, $-3a^2b$ y $-ab^3$.

  Solución:

$$\begin{aligned}(a)(-3a^2b)(-ab^3) &= (1 \cdot -3 \cdot -1)(a \cdot a^2b \cdot ab^3) \\ &= (3)(a^{1+2+1}b^{1+3}) \\ &= 3a^4b^4\end{aligned}$$

Ejemplo 2

Observa el producto de la siguiente multiplicación de monomios.

$-2x^3y * 3x^2y^3 = -6x^5y^4$

Proceso

$- * + = \boxed{-}$ → Regla de la multiplicación de signos.
$2 * 3 = \boxed{6}$ → Multiplicación de coeficientes.
$x^3 * x^2 = x^{3+2} = \boxed{x^5}$ → Propiedad de la potencias de bases iguales.
$y * y^3 = y^{1+3} = \boxed{y^4}$ → Propiedad de la potencias de bases iguales.

Cada uno de estos resultados conforma el resultado final.

- ***Multiplicación de un monomio por un polinomio:***

Para realizar la multiplicación de un monomio por un polinomio, aplicaremos la ley distributiva, esto es, el monomio multiplica a cada término del polinomio, luego, realizar el proceso de multiplicación entre monomios.

Este tipo de multiplicación tiene la $a(b+c) = ab + ac$, siguiente forma donde a, b y c son monomios.

Ejemplo 2:

- Multiplicar $4x$ y $x+2$.

  Solución:

  $$4x(x+2) = \underbrace{4x \cdot x}_{\substack{\text{Multiplicación} \\ \text{de monomios}}} + \underbrace{4x \cdot 2}_{\substack{\text{Multiplicación} \\ \text{de monomios}}}$$
  $$= 4x^2 + 2x$$

- Multiplicar $2x$ y $x+1$.

  Solución:

  $$2x(x+1) = \underbrace{2x \cdot x}_{\substack{\text{Multiplicación} \\ \text{de monomios}}} + \underbrace{2x \cdot 1}_{\substack{\text{Multiplicación} \\ \text{de monomios}}}$$
  $$= 2x^2 + 2x$$

- Multiplicar $4x^2$ y $x^3 - 2$.

  Solución:

  $$4x^2(x^3 - 2) = \underbrace{4x^2 \cdot x^3}_{\substack{\text{Multiplicación} \\ \text{de monomios}}} + \underbrace{4x^2 \cdot (-2)}_{\substack{\text{Multiplicación} \\ \text{de monomios}}}$$
  $$= 4x^5 - 8x^2$$

- Multiplicar $-2x^2y^3$ y $x^3y^6 + x^4y^3$.

  Solución:

  $$-2x^2y^3(x^3y^6 + x^4y^3) = \underbrace{-2x^2y^3 \cdot x^3y^6}_{\substack{\text{Multiplicación} \\ \text{de monomios}}} + \underbrace{-2x^2y^3 \cdot x^4y^3}_{\substack{\text{Multiplicación} \\ \text{de monomios}}}$$
  $$= -2x^5y^9 - 2x^6y^6$$

- ***Multiplicación entre polinomios:***

Para saber cómo resolver la multiplicación entre polinomios, tan solo debemos tener en cuenta la propiedad distributiva, la ley se signos y las leyes de la potenciación.

La forma más básica o reducida de la multiplicación entre dos polinomios es de la forma:

$$(a+b)(c+d)=ac+bc+ad+bd,$$

esto es, la multiplicación entre dos binomios, su prueba es muy sencilla, es tan solo aplicando la propiedad distributiva. Veamos, la propiedad nos dice que:

$$x(y+z)=xy+xz,$$

Ejemplo:

$$\begin{aligned}(x+2)(x+3)&=x\cdot x+x\cdot 3+2\cdot x+2\cdot 3\\&=x^2+3x+2x+6\\&=x^2+5x+6\end{aligned}$$

Significa que la variable de color rojo x multiplica a cada termino de la suma del factor $x+3$ y el numero de color azul 2 multiplica igualmente a los mismos términos del factor $x+3$, el resultado final es x^2+5x+6.

Teniendo en cuenta lo anterior, podemos multiplicar polinomios en forma horizontal o vertical.

- **Forma Horizontal:**

Ejemplo:

1. Multiplicar: $(x-3)(x+4)$

Solución:

$$\begin{aligned}(x-3)(x+4)&=x\cdot x+x\cdot 4+(-3)\cdot x+(-3)\cdot 4\\&=x^2+4x+(-3x)+(-12)\\&=x^2+4x-3x-12\\&=x^2+x-12\end{aligned}$$

2. Multiplicar: $(x+3)(x^2+2x+1)$

Solución:

$$\begin{aligned}(x+3)(x^2+2x+1)&=x\cdot x^2+x\cdot 2x+x\cdot 1+3\cdot x^2+3\cdot 2x+3\cdot 1\\&=x^3+2x^2+x+3x^2+6x+3\\&=x^3+5x^2+7x+3\end{aligned}$$

Ejemplo

Realiza la multplicación de un polinomio por un polinomio $(3x^2y - 2xy + 3y)(\ xy + 2y)$

Primer proceso

$(3x^2y)(xy) = 3x^3y^2$

$(-2xy)(xy) = -2x^2y^2$

$(3y)(xy) = 3xy^2$

son términos semejantes, dado que tienen igual parte literal

$(3x^2y)(2y) = 6x^2y^2$

$(-2x^3y^2 + 6x^3y^2) = 4x^2y^2$

$(-2xy)(2y) = -4xy^2$

$(3xy^2 - 4xy^2) = -xy^2$

$(3y)(2y) = 6y^2$

Teniendo los resultados de las multiplicaciones, verificamos si de esos resultados hay términos semejantes y se reduce esos términos para obtener el polinomio de la respuesta.

Respuesta

$3x^3y^2 + 4x^2y^2 - xy^2 + \ 6y^2$

- **Forma Vertical:**

Este es un método clásico donde los factores de multiplican colocando el desarrollo verticalmente y no de manera horizontal o lineal.

Ejemplo:

Multiplicar los siguientes polinomios en forma vertical: $(3x^2y - 2xy + 3y)(\ xy + 2y)$

Solución:

Como podemos observar en la imagen, se ordenan los polinomios y se ubican uno encima de otro, y se procede a realizar la multiplicación término a término, ubicando los resultados debajo de su semejante, para finalmente proceder a sumarlos.

Observa cada uno de los pasos para multiplicar.

$$\begin{array}{rl}
3x^2y - 2xy + 3y & \\
xy + 2y & \\
\hline
3x^3y^2 - 2x^2y^2 + 3xy^2 & \longrightarrow \text{Se multiplica por } xy \\
6x^2y^2 - 4xy^2 + 6y^2 & \longrightarrow \text{Se multiplica por } 2y \\
\hline
3x^3y^2 + 4x^2y^2 - xy^2 + 6y^2 & \longrightarrow \text{Se adiciona}
\end{array}$$

$3x^3y^2 + 4x^2y^2 - xy^2 + 6y^2$ por cualquiera de los dos procesos aplicados se obtiene igual resultado.

ACTIVIDAD 7

NOTA: TODAS LAS RESPUESTAS DE LOS EJERCICIOS DEBEN VENIR JUSTIFICADAS CON LAS RESPECTIVAS OPERACIONES, PROCEDIMIENTOS O PROCESOS.

1. Daniel fue de compras al supermercado, compró dos kilos de tomates y tres kilos de arvejas.


   a. ¿Cuál es la expresión algebraica (polinomio) que representa de forma adecuada el anterior enunciado?
   b. Teniendo en cuenta que el kilo de tomate tenía un precio de 1900 pesos y el kilo de arveja 5200 pesos, ¿Cuánto gasto Daniel por la compra? Realiza el proceso de como obtendrías este resultado

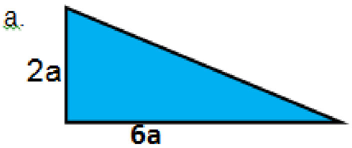
2. Resuelve las siguientes multiplicaciones entre monomios, debe realizar el proceso de solución.
   a. $(8k^4j)(-14k^6)$
   b. $(-x^5y^2)(-8x^2y^5)$
   c. $(25ab^7)(6a^3b^2c^4)$
   d. $(m^3)(15m^2n^3)(-8mn^2p^3)$

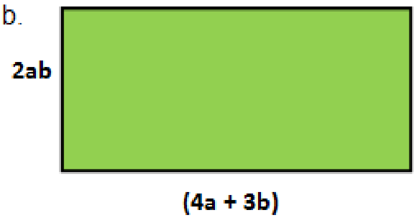
3. Resuelve las siguientes operaciones. Debe realizar el proceso de solución.
   a. $(5k^4j)(-12k^5 + 3K)$
   b. $(-9x^5y^2)(-7x^3y^3 - 3xy + 6)$
   c. $(7c - 11ab^6)(9a^2b^3c^4)$
   d. $(2m^3 + 7mp^3 - 10p)(-6mn^3p^5)$

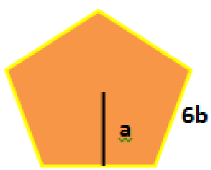
4. Al multiplicar un monomio por un trinomio se obtiene como resultado el polinomio $15x^2y^4 - 20x^3y^5 + 5x^4y^3$, si el monomio es $5x^2y^3$, determina ¿Cuál es el trinomio? Explica el proceso para determinar el trinomio.

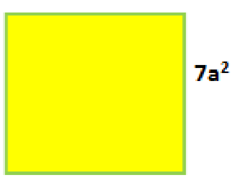
5. Al multiplicar dos binomios, se obtiene como resultado el polinomio $-12a^3b^2 + 18a^2b - 4a^2b^3 + 6ab^2$, si uno de los binomio es $(6 - 4ab)$, determina ¿Cuál es el otro binomio. Explica el proceso que realizaste para obtener el otro binomio.

6. Relaciona cada figura con el polinomio que representa su área, justifica cada relación.

a.


b.


c.


d.


$49a^4$

$10b^2$

$6a^2$

$8a^2b + 6ab^2$

$6ab + 5ab$

$25a^2$

$15ab$

7. Indica si el resultado de las siguientes operaciones es correcto (C) o incorrecto (I) explica la razón de tu respuesta.

   a. $(8x - 6)(2x) = 16x^2 - 12x$ ( )
   b. $y^2(2y + 3) = 2y^3 + 3y$ ( )
   c. $(4x - x^2)(5 - 2x) = 20x^2 - 8x$ ( )
   d. $(3x + 1)(3x - 1) = 9x^2 - 1$ ( )
   e. $(x + 2)(x + 2) = x^2 - 4$ ( )

8. El lado de un lote rectangular se representa con el polinomio $(x^2 - 3x + 2)metros$ y el otro lado, con el polinomio $(4x - 8)metros$, A partir de esta información, determina realizando el proceso:
   a. El polinomio que representa el área del lote.
   b. El área del lote si x = 4 metros.

9. Identifica el error que se cometió en las multiplicaciones. Justifica tu respuesta

a.

$$\begin{array}{r}
5x^2 + 6x - 4 \\
3x - 2 \\
\hline
-10x^2 - 12x + 8 \\
15x^3 + 18x^2 + 12x \quad\quad \\
\hline
15x^3 + 8x^2 + 0x + 8
\end{array}$$

b.

$$\begin{array}{r}
3x^3 \quad\quad - 8x + 4 \\
2x^2 + 5x - 1 \\
\hline
-3x^3 \quad\quad + 8x - 4 \\
15x^4 \quad\quad - 40x^2 + 20x \quad\quad \\
6x^5 \quad\quad - 16x^3 + 8x^2 \quad\quad\quad\quad \\
\hline
6x^5 + 15x^4 - 13x^3 - 32x^2 + 28x - 4
\end{array}$$

10. El lado de un cubo se representa con el polinomio $2y - 4$, determina realizando el proceso
    a. El polinomio que representa el volumen del cubo
    b. El volumen del cubo si y = 5 metros

11. Completar de tal forma que se cumpla la multiplicación

$$\begin{array}{r}
3a^2 + \square - 5 \\
\text{X} \quad \square - 3 \\
\hline
\square - 6a + \square \\
12a^3 + \square - \square \quad\quad \\
\hline
\end{array}$$

PRODUCTOS NOTABLES

Los productos notables son algunos productos entre polinomios, con ciertas regularidades que permiten formular reglas para calcularlos sin aplicar el algoritmo de la multiplicación.

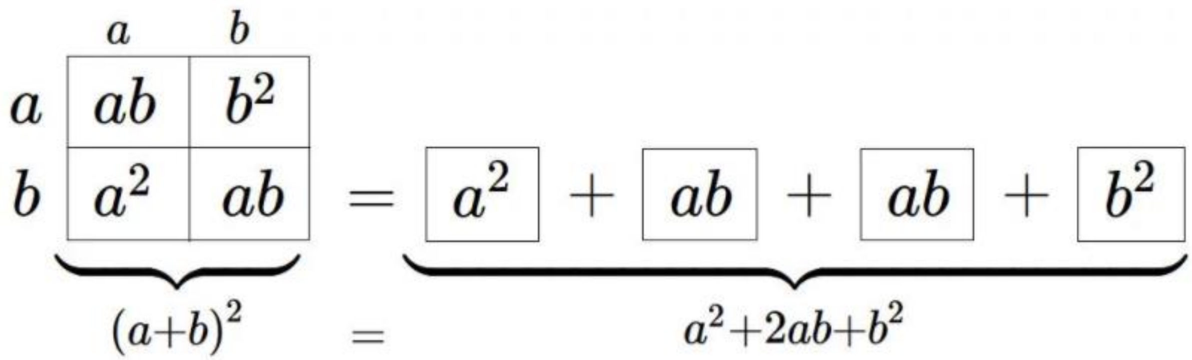
Si a y b son dos expresiones algebraicas, entonces se cumplen las siguientes identidades:

Cuadrado de un binomio

El cuadrado de un binomio es equivalente al cuadrado del primer término, más (o menos, según la operación entre los términos) el doble producto del primer término por el segundo, más el cuadrado del segundo término.

CUADRADO DE LA SUMA DE DOS TÉRMINOS	CUADRADO DE LA DIFERENCIA DE DOS TÉRMINOS
$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

El cuadrado de la suma de dos términos puede representarse como el área de un cuadrado de lado $x + y$, tal cual se puede observar en la imagen:



Ejemplo:

- Resolver $(m + 2)^2$.

  Solución:

  $$\begin{aligned}(m+2)^2 &= m^2 + 2mn + 2^2 \\ &= m^2 + 2mn + 4\end{aligned}$$

- Resolver $(2x + 3y)^2$.

  Solución:

  $$\begin{aligned}(2x+3y)^2 &= (2x)^2 + 2(2x)(3y) + (3y)^2 \\ &= 4x^2 + 12xy + 9y^2\end{aligned}$$

- Resolver $(x^n + y^n)^2$.

  Solución:

  $$\begin{aligned}(x^n + y^n)^2 &= (x^n)^2 + 2(x^n)(y^n) + (y^n)^2 \\ &= x^{2n} + 2x^n y^n + y^{2n}\end{aligned}$$

- Resolver $(m - 3)^2$.

  Solución

  $$\begin{aligned}(m-3)^2 &= m^2 - 2(m)(3) + 3^2 \\ &= m^2 - 6m + 9\end{aligned}$$

- ***Producto de la suma por la diferencia de dos términos***

El producto de la suma por la diferencia de dos términos es equivalente a la diferencia entre el cuadrado del primer término y el cuadrado del segundo término:

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Ejemplo:

- $(m + n)(m - n) = m^2 - n^2$
- $(x + a)(x - a) = x^2 - a^2$
- $(x - 1)(x + 1) = x^2 - 1^2 = x^2 - 1$
- $(x - 2)(x + 2) = x^2 - 2^2 = x^2 - 4$
- $(n^2 + m^2)(n^2 - m^2) = (n^2)^2 - (m^2)^2 = n^4 - m^4$
- $(m^{20} + n^{40})(m^{20} - n^{40}) = (m^{20})^2 - (n^{40})^2 = m^{40} - n^{80}$
- $(2x + 3y)(2x - 3y) = (2x)^2 - (3y)^2 = 4x^2 - 9y^2$
- $(5x - 7y)(5x + 7y) = (5x)^2 - (7y)^2 = 25x^2 - 49y^2$

- ***Producto de la forma $(x+a)(x+b)$ (Con un término común)***

El producto de la forma $(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{a})(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{b})$ es equivalente al cuadrado del término común, más el producto de dicho término por la suma de los no comunes, más el producto de los términos no comunes.

Ejemplo:

- Multiplicar $x-5$ y $x+7$.

  Solución:

  $$\begin{aligned}(x-5)(x+7) &= x^2+x(-5+7)+(-5)(7)\\ &= x^2+2x-35\end{aligned}$$

- Multiplicación $x-2$ y $x-3$.

  Solución:

  $$\begin{aligned}(x-2)(x-3) &= x^2+x(-2-3)+(-2)(-3)\\ &= x^2-5x+6\end{aligned}$$

- Multiplicación $a+2$ y $a+10$.

  Solución:

  $$\begin{aligned}(a+2)(a+10) &= a^2+a(2+10)+2\cdot 10\\ &= a^2+12a+20\end{aligned}$$

- Multiplicar $m-5$ y $m-6$.

  Solución:

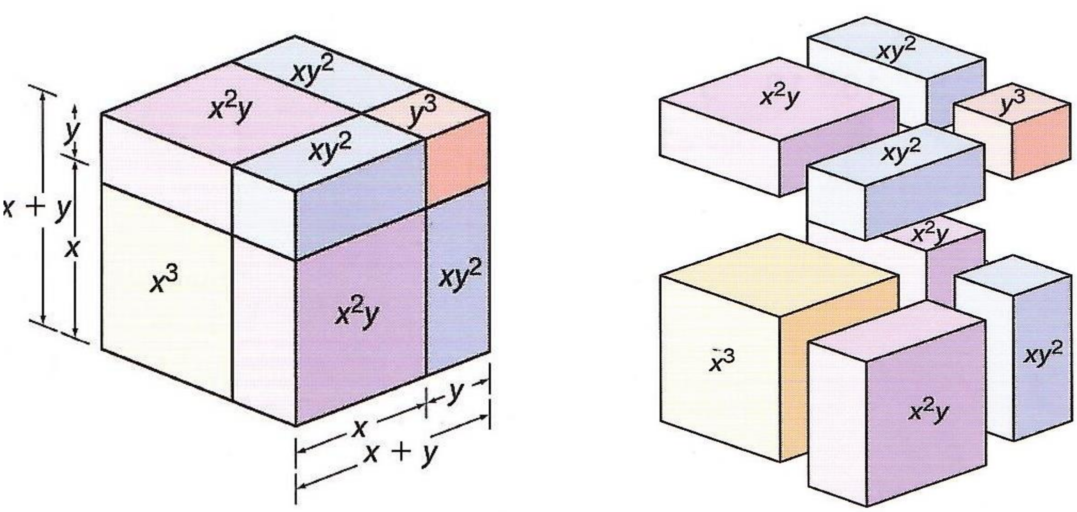
  $$\begin{aligned}(m-5)(m-6) &= m^2+m(-5-6)+(-5)(-6)\\ &= m^2-11m+30\end{aligned}$$

- ***Cubo de un binomio***

El cubo de un binomio es equivalente al cubo del primer término, más (o menos según corresponda la operación) el triple producto del cuadrado del primer término por el segundo, más el triple producto del primer término por el cuadrado del segundo término, (más o menos) el cubo del segundo término.

CUBO DE LA SUMA DE DOS TÉRMINOS	CUBO DE LA DIFERENCIA DE DOS TÉRMINOS
$(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$	$(a-b)^3 = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

El cubo de un binomio corresponde al volumen de un cubo de arista $x+y$, según se observa en la imagen:



Tomado del libro vamos a aprender matemáticas 8, MEN, 2017

Ejemplo:

- Resolver $(2x+3y)^3$.

  Solución:

  $$(2x+3y)^3 = (2x)^3 + 3(2x)^2(3y) + 3(2x)(3y)^2 + (2x)^3$$
  $$= 4x^3 + 3(4x^2)(3y) + 3(2x)(9y^2) + 8y^3$$
  $$= 4x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 8y^3$$

- Resolver $(x+2y)^3$.

  Solución:

  $$(x+2y)^3 = x^3 + 3(x)^2(2y) + 3(x)(2y)^2 + (2y)^3$$
  $$= x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3$$

- Resolver $(2n-3m)^3$.

  Solución:

  $$(2n-3m)^3 = (2n)^3 - 3(2n)^2(2m) + 3(2n)(2m)^2 - (2m)^3$$
  $$= 8n^3 - 3(4n^2)(3m) + 3(2n)(9m^2) - 9m^3$$
  $$= 8n^3 - 36n^2m + 54nm^2 - 9m^3$$

ACTIVIDAD 8

NOTA: TODAS LAS RESPUESTAS DE LOS EJERCICIOS DEBEN VENIR JUSTIFICADAS CON LAS RESPECTIVAS OPERACIONES, PROCEDIMIENTOS O PROCESOS.

1. Calcula el cuadrado de cada binomio, debe realizar el proceso de solución.

   a. $(5+m)^2$
   b. $(2x-3y)^2$
   c. $(a+11)^2$
   d. $(k-j)(k+j)$
   e. $(3x+y)(3x-y)$
   f. $(7C+11)(7C-11)$
   g. $(x+6)(x+2)$
   h. $(b-12)(b+5)$
   i. $(a+5)^3$
   j. $(C-6)^3$
   k. $(2k+10)^3$

2. Escribe en cada caso, las expresiones desconocidas en cada igualdad.

   a. $(4x-y)^2 = \boxed{} - 8xy + y^2$
   b. $(5a+2b)^2 = 25\boxed{} + \boxed{} + 4b^2$
   c. $(-6+2x)^3 = -216 + \boxed{} - 72\boxed{} + \boxed{}$
   d. $(d+10)(d+\boxed{}) = \boxed{} + 17d + \boxed{}$

3. Explica el error o los errores que se cometieron en el desarrollo de cada producto notable, justifica porque es un error.

   a. $(1+4a)^3$
   $= 1 + 3a + 48a^2 + 16a^3$

b. $(3x+2)(3x+6)$

$$= (3x)^2 + 3x(2+6) + (6+2)$$
$$= 6x^2 + 3x(12) + 12$$
$$= 6x^2 + 15x + 12$$
$$= 33x^3$$

4. Un apartaestudio de forma cuadrada mide **2x+3y** de lado, como muestra en la figura 7. ¿Cuál es área total del apartaestudio?

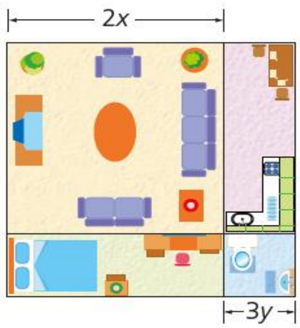


Figura 7

5. Para cada una de las siguientes figuras obtén una expresión algebraica simplificada, aplicando la teoría de los productos notables. Realizar proceso de solución

a.

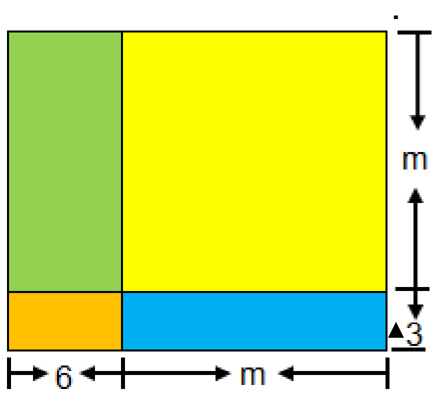


Figura 8

b.

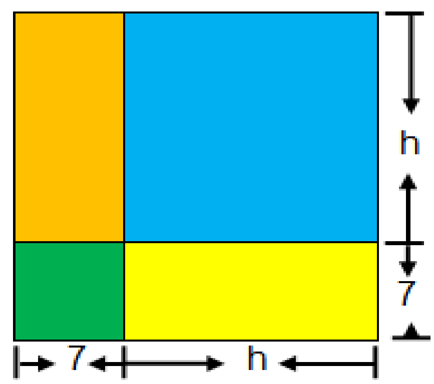


Figura 9

División o Cociente de Expresiones Algebraicas

La división algebraica es una operación entre dos expresiones algebraicas llamadas dividendo y divisor para obtener otra expresión llamado cociente por medio de un algoritmo.

$$\begin{array}{c|c} D & d \\ \hline R & q \end{array}$$

Esquema de la división clásica.

Donde:

- D es el dividendo.
- d es el divisor.
- q es el cociente.
- R es el residuo.

a. *División entre monomios:*

Las reglas que debemos seguir para dividir dos monomios son las siguientes:

- Primero se divide los coeficientes aplicando la ley de los signos.
- Luego dividimos las partes literales (variables) de los monomios según la ley de exponentes (Cociente de potencias de igual base).
- Si la división entre los coeficientes no es exacta se deja expresada como una fracción y se simplifica si es posible.

Una forma generalizada de la división de monomios de una sola variable es:

$$\frac{ax^m}{bx^n} = \frac{a}{b}x^{m-n}$$

Se debe tener en cuenta que m – n es mayor e igual a cero ya que estamos considerando que la división entre dos monomios es otro monomio.

Ejemplo:

- $\frac{18x^4}{6x^2} = \left(\frac{18}{6}\right)\left(\frac{x^4}{x^2}\right) = 3x^{4-2} = 3x^2$
- $\frac{25a^7}{5a^5} = \left(\frac{25}{5}\right)\left(\frac{a^7}{a^5}\right) = 5a^{7-5} = 5a^2$
- $\frac{-28x^5y^7}{-7x^2y^4} = \left(\frac{-28}{-7}\right)\left(\frac{x^5}{x^2}\right)\left(\frac{y^7}{y^4}\right) = +4x^{5-2}y^{7-4} = 4x^3y^3$
- $\frac{-36x^{12}}{4x^8} = \left(\frac{-36}{+4}\right)\left(\frac{x^{12}}{x^8}\right) = -9x^{12-8} = -9x^4$
- $\frac{-30a^5b^{12}}{6a^2b^8} = \left(\frac{-30}{+6}\right)\left(\frac{a^5}{a^2}\right)\left(\frac{b^{12}}{b^8}\right)$

Ejemplo:

El volumen de una caja está representado por la expresión $2x^3y^2$ cm³. El área de la base es xy. ¿Cuál es la altura de la caja?

Solución:

El volumen de la caja es $2x^3y^2$. Al dividirlo entre el área de la base, se obtiene la altura.

$2x^3y^2 \div xy = 2x^2y$.

La altura de la caja es $2x^2y$ cm.

b. *División de un polinomio entre un monomio:*

Esta es una división muy sencilla, su residuo es siempre cero, simplemente tenemos que usar la propiedad distributiva para realizar esta división. Simplemente dividimos a cada término del polinomio por el monomio. La propiedad distributiva prosigue de la siguiente manera:

$$\frac{1}{m}(a+b+c)=\frac{1}{m}\cdot a+\frac{1}{m}\cdot b+\frac{1}{m}\cdot c$$

Obteniendo el siguiente resultado:

$$\frac{a+b+c}{m}=\frac{a}{m}+\frac{b}{m}+\frac{c}{m}$$

Ejemplo:

- Dividir $14x^{20}+21x^{16}+28x^{10}$ y $7x^8$.

  Solución:

$$\begin{aligned}\frac{14x^{20}+21x^{16}+28x^{10}}{7x^8}&=\frac{14x^{20}}{7x^8}+\frac{21x^{16}}{7x^8}+\frac{28x^{10}}{7x^8}\\&=\frac{14}{7}x^{20-8}+\frac{21}{7}x^{16-8}+\frac{28}{7}x^{10-8}\\&=2x^{12}+3x^8+4x^2\end{aligned}$$

- Dividir $36x^8+24x^6-12x^4$ y $6x^2$.

  Solución:

$$\begin{aligned}\frac{36x^8+24x^6-12x^4}{6x^2}&=\frac{36x^8}{6x^2}+\frac{24x^6}{6x^2}-\frac{12x^4}{6x^2}\\&=6x^6+4x^4-2x^2\end{aligned}$$

c. ***División entre polinomios:***

Para dividir un polinomio entre otro se deben tener en cuenta los siguientes pasos:

1. Los polinomios dividendo y divisor deben estar ordenados en forma descendente. Se incluyen los términos faltantes colocando ceros o dejando los espacios.
2. Se divide el primer término del dividendo entre el primer término del divisor y se obtiene el primer término del cociente.
3. El primer término del cociente se multiplica por cada término del divisor y se les cambia de signo, lo colocamos debajo del dividendo con su correspondiente término semejante.
4. Se divide el primer término de la resta obtenida entre el primer término del divisor y se obtiene el segundo término del cociente.
5. Se procede como el paso número 1.
6. Se procede la operación hasta llegar a la última columna del dividendo.
7. La división termina cuando el grado absoluto del polinomio residuo es menor que el polinomio divisor.
8. Para comprobar que el cociente obtenido es correcto, se realiza la prueba multiplicándolo por el divisor y sumando el residuo, las cuales, arrojaran como resultado el dividendo.

Recordar que la división entre polinomios es similar a la división entre números, es decir, tiene las mismas partes y cumple las mismas propiedades:

Los términos de una división son:

$$\begin{array}{l|l} \text{Dividendo} & \text{Divisor} \\ \hline \text{Residuo} & \text{Cociente} \end{array}$$

En toda división de polinomios se cumple:

$P(x) = d(x) \cdot C(x) + R(x)$

$P(x)$: Polinomio dividendo
$d(x)$: Polinomio divisor
$C(x)$: Polinomio cociente
$R(x)$: Polinomio residuo

En una **división entre** dos **polinomios**:

$$\begin{array}{l|l} D(x) & d(x) \\ \hline R(x) & C(x) \end{array}$$

Se cumplen las relaciones:

$$\mathbf{D(x) = d(x) \cdot C(x) + R(x) \qquad \text{Grado } (R(x)) < \text{Grado } (d(x))}$$

Ejemplo:

Dividir $2x + 4 + 3x^2$ entre $2 + x$

Solución:

Paso 1: Ordenamos en forma descendente el dividendo y el divisor:

$\boxed{\text{Primer término del dividendo}}$ $\qquad\qquad$ $\boxed{\text{Primer término del divisor}}$

$$\begin{array}{l|l} 3x^2 + 2x + 4 & x + 2 \\ \hline \end{array}$$

Paso 2: Dividimos el primero término del dividendo y el primer término del divisor y obtenemos el primer término del cociente $3x^2/x = 3x$:

$\boxed{\text{Primer término del dividendo}}$ $\qquad\qquad$ $\boxed{\text{Primer término del divisor}}$

$$\begin{array}{l|l} 3x^2 + 2x + 4 & x + 2 \\ \hline & 3x \end{array}$$

Paso 3: Multiplicamos $3x(x + 2) = 3x^2 + 6x$, en seguida le cambiamos el signo $-3x^2 - 6x$, luego colocamos este resultado debajo del dividendo alineando los términos semejantes por columnas de la siguiente manera:

$$\begin{array}{rrr|l} +3x^2 & +2x & +4 & x + 2 \\ \cline{4-4} -3x^2 & -6x & & 3x \\ \cline{1-2} & -4x & & \end{array}$$

Paso 4: luego de restar resultando $-4x$, volvemos a dividir este resultado por el primer termino del divisor para obtener el segundo termino del cociente $-4x/x = -4$, resulta:

$$\begin{array}{rrr|l} +3x^2 + 2x & & +4 & x+2 \\ \cline{4-4} \underline{-3x^2 - 6x} & & \downarrow & 3x \\ -4x & & +4 & \end{array}$$

Paso 5 y 6: Repetimos el proceso realizando la siguiente multiplicación $-4(x+2) = -4x - 8$, le cambiamos el signo $4x + 8$ y lo colocamos debajo del nuevo dividendo ordenado en columnas con sus respectivo termino semejante, mas o menos se vería así:

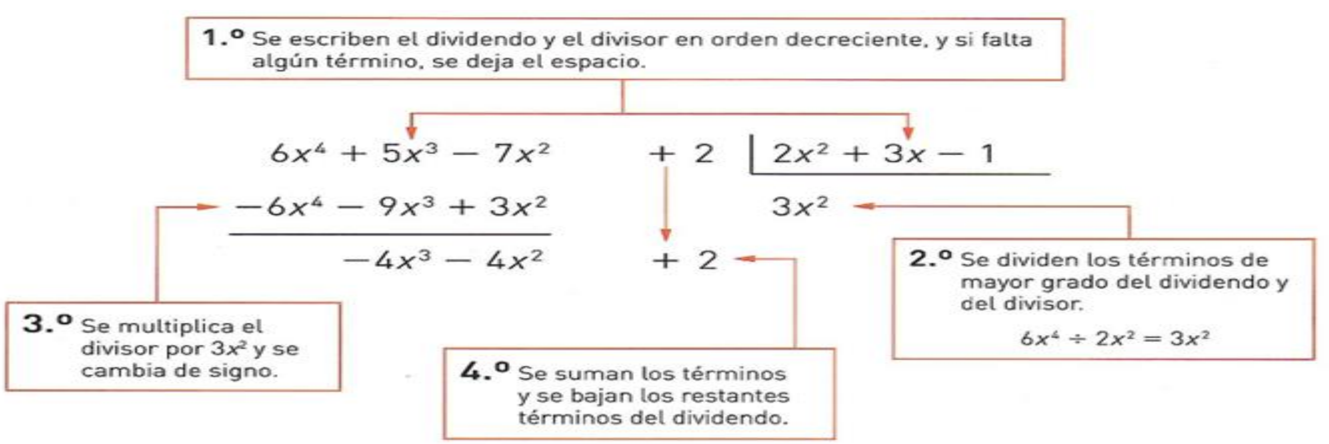
$$\begin{array}{c} \boxed{\begin{array}{c}\text{Observe las columnas}\\ \text{tienen los mismos}\\ \text{términos semejantes}\end{array}} \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ \begin{array}{rrr|l} +3x^2 + 2x & & +4 & x+2 \\ \cline{4-4} \underline{-3x^2 - 6x} & & \downarrow & 3x \\ -4x & & +4 & \end{array} \\ \uparrow \\ \boxed{\begin{array}{c}\text{El resto es la}\\ \text{ultima columna a calcular}\end{array}} \end{array}$$

De esta manera hallamos el cociente $\mathrm{q} = 3x - 4$ y el residuo $\mathrm{R} = 12$, finalizando así la división:

Ejemplo:

Dividir $6x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 2$ entre $2x^2 + 3x - 1$

Solución:



Se repite el proceso con el nuevo dividendo, y así sucesivamente, hasta obtener un dividendo cuyo grado sea menor que el grado del divisor.

$$
\begin{array}{rrrrr|l}
6x^4 & +5x^3 & -7x^2 & & +2 & 2x^2+3x-1 \\ \cline{6-6}
-6x^4 & -9x^3 & +3x^2 & & & 3x^2-2x+1 \\ \cline{1-3}
 & -4x^3 & -4x^2 & & +2 & \\
 & 4x^3 & +6x^2 & -2x & & \\ \cline{2-5}
 & & 2x^2 & -2x & +2 & \\
 & & -2x^2 & -3x & +1 & \\ \cline{3-5}
 & & & -5x & +3 &
\end{array}
$$

$\boxed{\text{Grado (residuo)} = 1} < \boxed{2 = \text{Grado (divisor)}}$

Ejemplo:

Dividir $3x + x^4 + 1 - 2x^3$ entre $x - 3$ y pruebe el resultado.

Solución:

$$
\begin{array}{l|rrrrr|l}
\text{Dividendo} \rightarrow & x^4 & -2x^3 & +0 & +3x & +1 & x-3 \leftarrow \text{Divisor} \\ \cline{7-7}
-[x^3(x-3)] \rightarrow & -x^4 & +3x^3 & & & & x^3 + x^2 + 3x + 12 \leftarrow \text{Cociente} \\ \cline{2-3}
 & & x^3 & +0 & & & \frac{x^4}{x} \quad \frac{x^3}{x} \quad \frac{3x^2}{x} \quad \frac{12x}{x} \\
-[x^2(x-3)] \rightarrow & & -x^3 & +3x^2 & & & \\ \cline{3-4}
 & & & 3x^2 & +3x & & \\
-[3x(x-3)] \rightarrow & & & -3x^2 & +9x & & \\ \cline{4-5}
 & & & & 12x & +1 & \\
-[12(x-3)] \rightarrow & & & & -12x & +36 & \\ \cline{5-6}
 & & & & & 37 & \leftarrow \text{Residuo}
\end{array}
$$

Prueba

Se multiplica el cociente por el divisor y al producto se le adiciona el residuo.

$$
\begin{array}{rrrrrl}
 & x^3 & +x^2 & +3x & +12 & \leftarrow \text{cociente} \\
\times & & & x & -3 & \leftarrow \text{divisor} \\ \hline
x^4 & +x^3 & +3x^2 & +12x & & \\
+ & -3x^3 & -3x^2 & -9x & -36 & \\ \hline
x^4 & -2x^3 & +0 & +3x & -36 & \\
 & & & & +37 & \leftarrow \text{residuo} \\ \hline
x^4 & -2x^3 & & +3x & +1 & \leftarrow \text{dividendo}
\end{array}
$$

ACTIVIDAD 9

1. Divide los siguientes monomios.
   a. $72y^5 \div 8y^2$
   b. $56a^7b^4c \div 14a^3b$
   c. $168m^8nr^3 \div 12m^2r^3$
   d. $121x^3y^2z^5 \div 11x^2yz^3$
   e. $132ab^5c^4 \div 4ab^2c^3$
   f. $-489mn^3 \div 3m$

2. Completa las siguientes divisiones de tal manera que cada una sea verdadera.

   a. $36ab^5 \div \boxed{} = 4ab$

   b. $18x^4y^6z \div \boxed{} = 2xy^3$

   c. $\boxed{} \div 7m^3n = 9mn^4r$

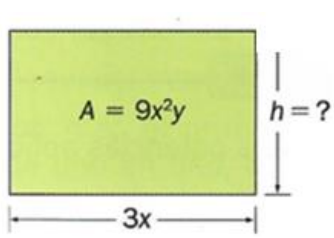
   d. $\boxed{} \div xy = \quad x^3y^2$

   e. $51a^7b^3c^4 \div \boxed{} = 17a^5c^2$

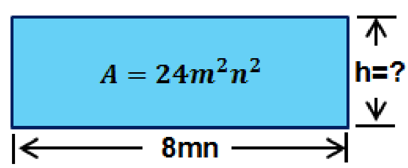
   f. $24x^{\square}yz^{\square} \div 3\boxed{}y^{\square}\boxed{} = \boxed{}x^2z$

3. Sin realizar ninguna operación con los siguientes ejercicios, ¿En qué casos el cociente es un monomio? Explica tu respuesta.
   a. $24y^2 \div 25y^4$
   b. $-18x^5 \div 3x^3$
   c. $32xy^6 \div 4y^2$
   d. $144a^2b^7 \div 12b^4a$

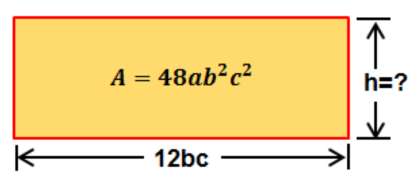
4. Para cada rectángulo está dada la expresión algebraica del área y la base. ¿cuál es la expresión algebraica que representa la altura de cada figura?
   a.



   b.



   c.



5. Resuelve las siguientes divisiones. Escribe el proceso de solución.

   a. $\dfrac{a^2 - 6a + 4}{2a}$

   b. $\dfrac{6x^2 + 8x - 24}{2x}$

   c. $\dfrac{10x^2y^2 - 8xy^3 + 6y}{2y^2}$

   d. $\dfrac{25a^3b + 15ab^3}{5ab}$

   e. $\dfrac{2b^2 + b - 8}{2b}$

6. Efectúa las divisiones entre polinomios: escribe el proceso de solución

a. $(4x^3 - 2x^2 + 2x - 1) \div (2x + 1)$

b. $(6x^3 - 25x^2 + 3x - 5) \div (3x^2 - 5x + 2)$

c. $(a^3 + a + 2a^2 - 1) \div (a - 1)$

d. $(a^4 - 6a^3 + 2a^2 + 3a - 4) \div (a^2 - a + 2)$

e. $(2y^4 - 3y^3 - 3y^2 + 4y - 55) \div (y - 3)$

7. Comprueba las divisiones y en el caso, que estén erradas, corrígelas.

$$\begin{array}{rrr|l} y^2 & +6y & +8 & \underline{y+2} \\ -y^2 & -2y & & y+4 \\ \hline & 8y & +8 & \\ & -8y & -16 & \\ \hline & & -8 & \end{array}$$

b.

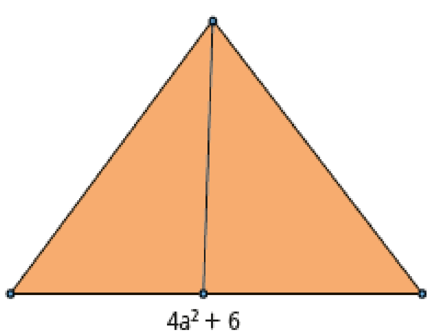
$$\begin{array}{rrr|l} a^2 & +7a & +10 & \underline{a+2} \\ -a^2 & -2a & & a+5 \\ \hline & 5a & +10 & \\ & -5a & -10 & \\ \hline & -10a & -20 & \end{array}$$

c.

$$\begin{array}{rrr|l} 6x^2 & -5x & +5 & \underline{2x+3} \\ -6x^2 & -9x & & 3x-7 \\ \hline & -14x & +5 & \\ & -14x & -21 & \\ \hline & -28x & -16 & \end{array}$$

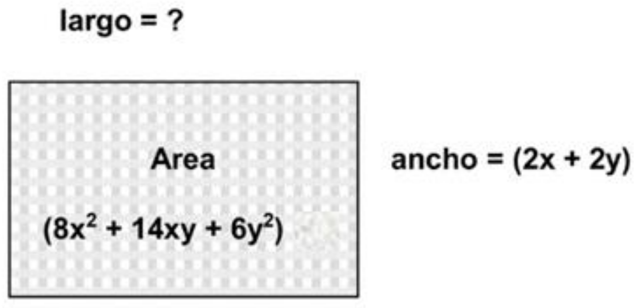
8. Resuelve los siguientes problemas:

a. El área del triángulo es $2a^3 + 8a^2 + 3a + 12$. Si su base es igual a $4a^2 + 6$, ¿cuál es la altura del triángulo?



b. Una caja con forma de prisma recto tiene un volumen representado por la ecuación $y^3 - y^2 + 4y - 4$. Considerando que el área de la base es $y^2 + 4$, calcula su altura. (Realiza un dibujo de la situación).

c. El área de un terreno de forma rectangular está dada por la expresión $8x^2 + 8xy + 6y^2$. Si el ancho del terreno mide $(2x + 2y)$. ¿Cuál es la expresión algebraica que representa el largo del mismo? Escribe el proceso de solución.



División Sintética o Regla de Ruffini

Si el divisor es de la forma (x + a) se puede realizar la división de una manera más sencilla aplicando la REGLA DE RUFFINI o división sintética, procedemos de la siguiente forma:

Ejemplo:

Efectuar $(3m^4 + 5m^3 - 7m^2 - 3m + 14) \div (m + 2)$ aplicando división sintética.

El esquema es el siguiente: tomamos los coeficientes del dividendo (debe estar completo) y el segundo término del divisor cambiado de signo.

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 3 & 5 & -7 & -3 & 14 \\ \hline -2 & & & & & \end{array}$$

Se baja el primer coeficiente

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 3 & 5 & -7 & -3 & 14 \\ \hline -2 & 3 & & & & \end{array}$$

Se multiplica el número cambiado de signo por el que se bajó y se suma en el siguiente

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 3 & 5 & -7 & -3 & 14 \\ & & -6 & & & \\ \hline -2 & 3 & -1 & & & \end{array}$$

Se repite esto con cada resultado

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 3 & 5 & -7 & -3 & 14 \\ & & -6 & 2 & & \\ \hline -2 & 3 & -1 & -5 & & \end{array} \qquad \begin{array}{r|rrrrr} & 3 & 5 & -7 & -3 & 14 \\ & & -6 & 2 & 10 & \\ \hline -2 & 3 & -1 & -5 & 7 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|rrrrr} & 3 & 5 & -7 & -3 & 14 \\ & & -6 & 2 & 10 & -14 \\ \hline -2 & 3 & -1 & -5 & 7 & 0 \end{array}$$

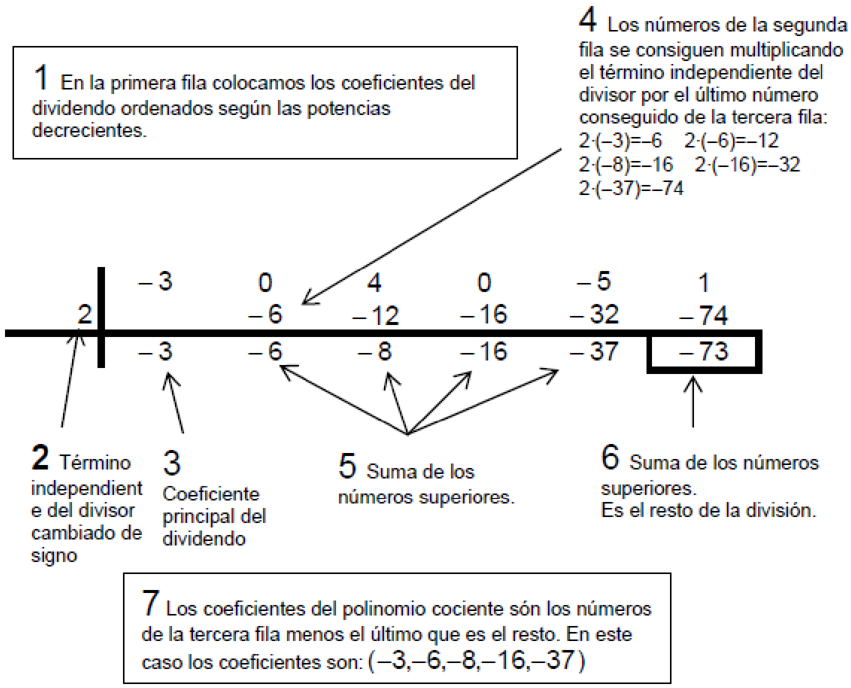
Se separa el último resultado porque ese es el RESIDUO y se coloca el literal a cada número es forma descendente comenzando con un grado menos al del dividendo

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 3 & 5 & -7 & -3 & 14 \\ & & -6 & 2 & 10 & -14 \\ \hline -2 & 3m^3 & -1m^2 & -5m & +7 & \boxed{0} \end{array} \longrightarrow \text{residuo}$$

Solución: $3m^3 - 1m^2 - 5m + 7$

Ejemplo:

Efectuar $\left(-3x^5 + 4x^3 - 5x + 1\right)$ entre $(x-2)$



El cociente $-3x^4 - 6x^3 - 8x^2 - 16x - 37$ es y el residuo $\boldsymbol{R} = -73$

ACTIVIDAD 10

1. Realice las siguientes divisiones por división sintética o regla de Ruffini (Recuerda completar el dividendo):

   a. $6x^4 + 13x^3 + 35x - 24 \div (x+3)$
   b. $2m^3 - 3m^2 + 7m - 5 \div (2m-1)$
   c. $3a^4 - 4a^3 + 8a^2 - 25a + 2 \div (a-2)$
   d. $y^3 - 4y^2 - 11y - 6 \div (y-6)$
   e. $2k^2 + 18k + 40 \div (k+5)$
   f. $c^2 + 32 \div (c+2)$
   g. $3y^3 - y + 2 \div (y+1)$
   h. $2x^3 - x^2 - 10x + 8 \div (x-2)$
   i. $n^3 - 4n^2 - 2n + 15 \div (n-3)$

j. $5a^4 + 25a^3 + 3a^2 + 14a - 5 \div (a + 5)$

2. Indica para cuales de los siguientes polinomios el residuo de la división entre $x - 3$ es cero:

a. $x^6 - 20x^3 + x^2 - 198$
b. $x^8 + 2x^2 - 15x + 321$
c. $-5x^5 + 20x^4 - 15x^3$
d. $2x^4 + x^3 - x - 186$

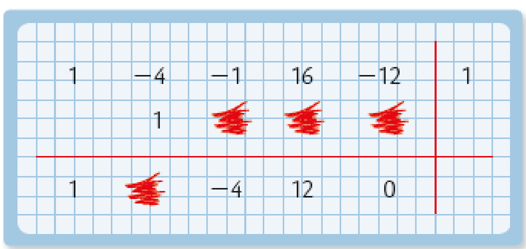
3. Halla el error que se cometió al aplicar la regla de Ruffini en la operación y realiza la corrección .

$(4x^3 - 2x^2 + 3x) \div (x + 2)$

	4	−2	3	0
− 2		8	12	30
	4	6	15	30

Se obtuvo como cociente $4x^3 + 6x + 15$ y residuo 30.

4. El hermano menor de Lucas ha dado sus primeros pasos de pintura en su tarea de matemáticas. Ayúdale a Lucas a encontrar los números que quedaron ocultos, escribe el resultado del <u>cociente</u> y el residuo.



5. Determina el valor de m en el polinomio dividendo para que la división sea exacta.

a. $(2x^3 + 9x^2 + 7x - m) \div (x + 2)$
b. $(x^4 + x^3 - 2x^2 + mx + 17) \div (x - 1)$
c. $(3x^4 - 11x^3 - 14x^2 - mx + 21) \div (x - 3)$
d. $(x^4 - 5x^3 + 3x^2 + 2x + m) \div (x - 2)$
e. $(x^3 - mx^2 - 2mx + 3\ ) \div (x - 3)$