ASIGNATURA	MATEMÁTICAS	**CURSO**	601 – 602 – 603 – 604
DOCENTE	AIDA XIMENA FLÓREZ BONILLA	**PERÍODO**	SEGUNDO
FECHA DE INICIO	06 DE MAYO DE 2024	**FECHA DE FINALIZACIÓN**	16 DE AGOSTO DE 2024

MÚLTIPLOS DE LOS NÚMEROS NATURALES

FASE INICIAL

El atún es una excelente fuente de proteínas, vitaminas y minerales. Una de las formas más comunes de conseguir este producto es enlatado. Antes de que lleguen a los puntos de venta, las latas de atún son colocadas en cajas de cartón de 12, 24 y 48 unidades.

Responde las siguientes preguntas:

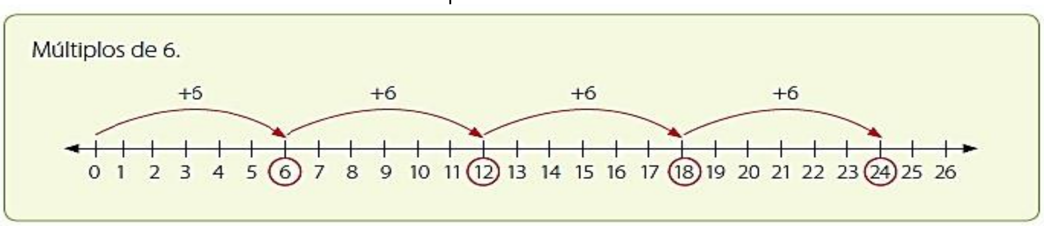
- ✓ ¿Cuántas latas de atún caben en la caja de la figura?
- ✓ ¿En qué tabla de multiplicar se encuentran los números 12, 24 y 48?
- ✓ ¿Cuántas columnas y filas de latas hay la caja?

FASE DE ELABORACIÓN

Los múltiplos de un número natural son los números naturales que resultan de multiplicar ese número natural por todos los demás números naturales incluyendo el cero. Se nombran con la letra M.

EJEMPLO: MÚLTIPLOS DE 6 **$6 \times 0 = 0$ $6 \times 1 = 6$ $6 \times 2 = 12$ $6 \times 3 = 18$ $6 \times 4 = 24$ $6 \times 5 = 30$ $6 \times 6 = 36$ …**

El conjunto de los múltiplos de 6 son todos los resultados de multiplicar 6 por los números naturales, también es la secuencia de contar de 6 en 6 comenzando a partir del cero.



$M_6 = \{0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42 \ldots\}$

Propiedades

- El cero es múltiplo de todos los números, por ejemplo: $0 \times 4 = 0$; $0 \times 12 = 0$
- La suma de varios múltiplos de un número es otro múltiplo de dicho número, por ejemplo: $M_3 = (3, 6, 9, 12\ldots)$ y $9 + 12 = 21$, entonces 21 es M_3.
- La diferencia de dos múltiplos de un número es otro múltiplo de dicho número, por ejemplo: $M_6 = (6, 12, 18, 24\ldots)$ y $24 - 6 = 18$, entonces 18 es M_6.
- Si un número es múltiplo de otro, todos los múltiplos del primero lo son también del segundo, por ejemplo: 4 es M_4 pero también es M_2, entonces todos los $M_4 = (4, 8, 12, 16, 20\ldots)$ son M_2.

Para hallar los múltiplos de un número, construye su tabla de multiplicar.

Múltiplos del número 8

$8 \times 0 = 0$	$8 \times 1 = 8$
$8 \times 2 = 16$	$8 \times 3 = 24$
$8 \times 4 = 32$	$8 \times 5 = 40$
$8 \times 6 = 48$	$8 \times 7 = 56$
$8 \times 8 = 64$	$8 \times 9 = 72\ldots$

ACTIVIDAD No. 1

1. **Escribe V, si la expresión es verdadera o F, si es falsa. Justifica tu repuesta en cada caso.**

   a) 0 es múltiplo de 100. ( )
   b) 500 es múltiplo de 500. ( )
   c) 20 es múltiplo de 2 y de 5. ( )
   d) 15 no es múltiplo de 5 y de 10. ( )

2. **Halla los diez primeros elementos de los siguientes conjuntos.**

   a) M_2 b) M_5 c) M_8
   d) M_3 e) M_6 f) M_{10}

3. **Representa en cada recta numérica los cinco primeros múltiplos de cada número.**

M_2 

M_3

M_4

4. **Escribir todos los números entre 80 y 120, que sean múltiplos de:**

   a) 2 b) 2 y 5 c) 10 y 20
   d) 5 e) 5 y 10 f) 10, 20 y 30

5. **Halla el número o los números que cumplan cada grupo de condiciones.**
   a) Par menor que 20. Múltiplo de 2 y de 5.
   b) Impar mayor que 15 y menor que 30. Múltiplo de 3 y múltiplo de 6.
   c) Par mayor que 18 y menor que 36. Múltiplo de 4 y de 16.
   d) Múltiplo de 2, 5 y 10 menor que 50.
   e) El múltiplo más pequeño de 3, 5 y 10 diferente de 0.

6. **¿Qué números de tres dígitos diferentes y múltiplos de 11, se pueden escribir con los dígitos 2, 6, 7 y 9?**

SOLUCIÓN DE PROBLEMAS

7. En una caja caben 6 columnas de 5 chocolates. ¿Cuántas cajas se necesitan para empacar 120 chocolates?

   - ¿Cuántos chocolates hay en cada caja?
   - ¿Cuántas veces contiene 120 a 30?

8. En un torneo de fútbol asignan puntajes a los equipos de la siguiente forma:
   - 5 por partido ganado
   - 3 por partido empatado
   - 2 por partido perdido

   El puntaje de sexto está entre 40 y 50 y es múltiplo de 3 y 5. ¿Cuál es el puntaje?

9. En una escuela se organiza una campaña para recolectar botellas plásticas vacías. Uno de los padres de familia ofrece llevar cajas para acopiar las botellas; si en cada caja entran 12 botellas, ¿cuántas cajas debe llevar el padre de familia para guardar 72 botellas recolectadas?
   - ¿Cuántas botellas caben en cada caja?
   - Construye la tabla del 12 hasta llegar a 72
   - ¿Cuántas veces contiene el 72 al 12?

10. En un consultorio a cada paciente se le entrega una ficha que contiene un múltiplo de 3. Gabriela es la paciente 19 en la fila. Determina el número que contiene la ficha de Gabriela.

11. Un cajero automático utiliza billetes cuya denominación es $10.000, $20.000 y $50.000. ¿Cuántos billetes y de qué denominación entregará a una persona que hace un retiro de $600.000 y que además recibe la menor cantidad de billetes?

12. Los antozoos son animales marinos que pertenecen a la clase de celentéreos. Entre ellos están los corales, las madréporas y las actinias. Los antozoos tienen dos clases: los alcionarios y los zoantarios.

    Los zoantarios, también llamados hexacoralinos, se caracterizan por tener 6 tentáculos, o un número de tentáculos múltiplo de 6. Unos viven alejados, como las anémonas de mar y otros, forman colonias, llenan sus tejidos de caliza y así contribuyen a los arrecifes coralinos.

    Responde:
    - ¿Un hexacoralino puede tener 46 tentáculos? ¿Por qué?
    - ¿Un hexacoralino puede tener 24 tentáculos? ¿Por qué?

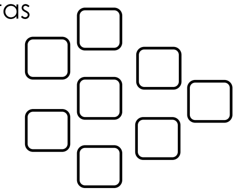
13. Hallar todas las soluciones posibles de la suma sabiendo que todos los dígitos son diferentes.
    I: es impar
    P: es par

$$\begin{array}{r} I\quad P \\ +\quad I\quad I \\ \hline I\quad P\quad I \end{array}$$

DIVISORES DE UN NÚMERO

FASE INICIAL

Martín tiene 8 fichas cuadradas y quiere organizarlas en forma de rectángulo, ¿de cuántas maneras distintas lo puede hacer?



- Dibuja todas las posibles formas de organizar las 8 fichas.
- ¿Qué puedes concluir del ejercicio anterior?

FASE DE ELABORACIÓN

Los divisores de un número natural son los números naturales que lo pueden dividir de manera exacta, es decir, sin dejar residuo. Se nombran con la letra D.

EJEMPLO: DIVISORES DE 20

20 ÷ 1 = 20 20 ÷ 2 = 10 20 ÷ 4 = 5 20 ÷ 5 = 4 20 ÷ 10 = 2 20 ÷ 20 = 1

D_{20} = {1,2, 4, 5, 10, 20}

El conjunto de los divisores de 20 son todos los números naturales que dividen a 20 de manera exacta, también son todos los números que multiplicados dan como resultado 20.

EJEMPLO:

OPERACIÓN	DIVISORES	EXPLICACIÓN
20 ÷ 1 = 20	1 es divisor de 20	Porque 1 x 20 = 20
20 ÷ 2 = 10	2 es divisor de 20	Porque 2 x 10 = 20
20 ÷ 4 = 5	4 es divisor de 20	Porque 4 x 5 = 20
20 ÷ 5 = 4	5 es divisor de 20	Porque 5 x 4 = 20
20 ÷ 10 = 2	10 es divisor de 20	Porque 10 x 2 = 20
20 ÷ 20 = 1	20 es divisor de 20	Porque 20 x 1 = 20

Propiedades de los divisores

1. Todo número entero distinto de 0 es divisor de sí mismo, por ejemplo: 8 ÷ 8 = 1; 15 ÷ 15 = 1
2. El 1 es divisor de todos los números, por ejemplo: 54 ÷ 1 = 54; 36 ÷ 1 = 36
3. Si un número es divisor de otros dos, también lo es de su suma y de su diferencia, por ejemplo 6 es D_{12} y D_{36}, y 12 + 36 = 48, entonces 6 es D_{48}; por otro lado, 36 − 12 = 24 y 6 es D_{24}.
4. Si un número es divisor de otro, también lo es de cualquier múltiplo de este, por ejemplo: 4 es D_{12} y los M_{12} son (12, 24, 36, 48, 60...)
5. Si un número es divisor de otro y este lo es de un tercero, el primero lo es del tercero, por ejemplo: 2 es D_4; 4 es D_{16}; entonces 2 es D_{16}.

ACTIVIDAD No. 2

1. Completa los divisores de cada número. Utiliza las tablas de multiplicar para ayudarte.

D(3)	1					
D(12)						12
D(13)		13				
D(20)						
D(45)		3			15	45

2. **Escribe V, si la afirmación es verdadera o F, si es falsa. Justifica la respuesta.**

   a) El conjunto de divisores de un número es infinito. (   )
   b) Algunas veces un número es divisor de sí mismo. (   )
   c) Todo número puede dividirse entre 1. (   )
   d) Algunos números pueden dividirse entre 1. (   )

3. **Subraya el número o los números que no hacen parte del conjunto.**

   a) $\mathrm{D}_{20} = \{1, 2, 3, 4,5,10,12,20\}$

   b) $\mathrm{D}_{30} = \{1, 2, 3, 4,5,6,7,10,15,30\}$

   c) $\mathrm{D}_{40} = \{1, 2, 3, 4,5,8,10,20,25,40\}$

4. **Encontrar todos los divisores de los siguientes números:**

a) 12	b) 28	c) 50
d) 15	e) 30	f) 60
g) 16	h) 40	i) 80
j) 25	k) 48	l) 100

5. **Dado que:**
   a) $\mathrm{D}_m = \{2, 8,16,1,4\}$
   b) $\mathrm{D}_n = \{6,1,18,9,2,3\}$
   c) $\mathrm{D}_p = \{7,2,42,21,6,14,3,1\}$

   ¿Cuáles son los valores de m, n, y p? Justifica en cada caso la respuesta.

SOLUCIÓN DE PROBLEMAS

6. En una clase hay 35 estudiantes. ¿De cuántas formas se pueden agrupar, para realizar el trabajo de matemáticas, de tal manera que en cada grupo quede la misma cantidad de estudiantes?

7. Una fábrica produce cierta cantidad diaria de galletas que empacan en cajas de tal forma que la cantidad de galletas de cada caja es divisible entre 10 y 12 y no es mayor que 130 galletas. Si utilizan 1300 cajas, ¿cuántas galletas se producen en un día?

8. ¿De cuántas maneras se puede dibujar un rectángulo con cuadrados de tal forma que tenga 36 cuadrados?

9. Un libro tiene entre 200 y 300 páginas. Si se cuentan de 5 en 5 sobran 4, si se cuentan de 7 en 7 sobran 5, si se cuentan de 2 en 2 sobra 1, si se cuenta de 3 en 3 sobran 2 páginas. ¿Cuántas páginas tiene el libro?

10. ¿Cuántas maneras hay de poner 12 cartas de una baraja, de modo que formen un rectángulo tal que en cada fila haya siempre más de una carta?

11. La edad de Paola es un número impar menor que 30, es un número de dos cifras y, además 9 es divisor de su edad. ¿Cuántos años tiene Paola?
    - ¿De qué números menores que 30 es divisor 9?
    - Entre 9, 18 y 27, ¿qué número es impar?

12. Existen varias formas para dividir una barra de chocolate de 24 pastillas en pedazos de manera que en cada uno quede la misma cantidad de pastillas como se muestra en la tabla. Completa la tabla siguiendo el ejemplo:

Número de pedazos	Pastillas en cada pedazo	Gráfica	Producto
1	**24**		**1 x 24**
	12		
			
			
			
			
			
24			

13. ¿Qué valor debe tener n para que n^5 sea divisible entre 3 y entre 5?

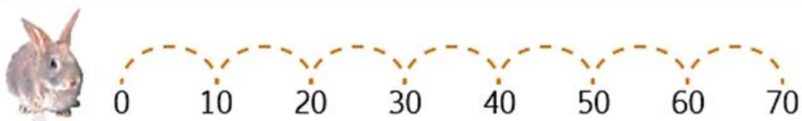
CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD Y DESCOMPOSICIÓN EN FACTORES PRIMOS

FASE INICIAL

Analiza y responde las preguntas:

¿Qué valores puede tener la última cifra de los múltiplos de 2?

¿Qué valores puede tener la última cifra de los múltiplos de 5?



¿Qué valor tiene la última cifra de los múltiplos de 10?

FASE DE ELABORACIÓN

Los **CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD** permiten determinar cuándo un número es divisible por otro sin necesidad de realizar la división.

CRITERIO	EJEMPLO
Un número es **divisible entre 2** si termina en 0, 2, 4, 6 o en 8.	**120** es divisible entre **2** porque su cifra de las unidades es 0, es decir termina en cero.
Un número es **divisible entre 3** si al sumar sus cifras el resultado es un múltiplo de 3.	**126** es divisible entre **3** porque al sumar **1 + 2 + 3 = 6** y **6** es múltiplo de **3.**
Un número es **divisible entre 4** si sus dos últimas cifras son múltiplos de 4 o si termina en 00.	**124** es divisible entre **4** porque el número formado por sus dos últimas cifras es **24** y **24** es múltiplo de **4.**
Un número es **divisible entre 5** si termina en 0 o en 5.	**25** es un número divisible entre **5**, porque la cifra de las unidades es **5**, es decir, termina en **5**.
Un número es **divisible entre 6** si se es divisible entre 2 y 3 al mismo tiempo.	**126** es un número divisible entre **6** porque se puede dividir entre **2** y entre **3**. Entre **2** porque termina en **6** y se puede dividir entre **3** porque al sumar sus cifras nos da como resultado 6 y este es múltiplo de **3**
Un número es **divisible entre 9** si al sumar sus cifras el resultado es un múltiplo de 9.	**8271** es divisible entre **9** porque al sumar sus cifras nos da un múltiplo de 9 así: **8 + 2 + 7 + 1 = 18.** 18 es múltiplo de 9.
Un número es **divisible entre 10** si termina en 0.	**1250** es divisible entre **10** porque la cifra de las unidades es **0**, es decir, termina en **0**.

ACTIVIDAD No. 3

1. **En la siguiente lista de números:**
   a) Encerrar en un círculo los números divisibles entre 2.
   b) Subrayar los números divisibles entre 3.
   c) Tachar con una X los números divisibles entre 5.

52	540
63	1.200
60	3.690
50	11.211
870	10.200
620	
625	
770	

2. Eliminar un dígito en cada número para obtener otro que cumpla con la condición dada.

a) Divisible entre 3

421 653 7.549 82.417

b) Divisible entre 6

364 152 7.180 89.502

c) Divisible entre 11

2.075 3.220 1.210 2.604

3. Encontrar en la siguiente sopa de números, diez números de dos o más cifras que sean divisibles entre 2 y 3 a la vez.

5	8	8	3	2	1	2	3
6	6	9	2	5	3	6	6
1	8	5	3	1	9	2	3
3	0	5	6	7	7	4	9
3	2	1	0	8	5	7	0
0	9	4	7	3	9	6	4
2	0	1	5	6	3	1	2
5	4	4	6	8	9	0	1

4. Escribe V si la afirmación es verdadera y F si es falsa. Justifica tu respuesta en cada caso.

a) Si la suma de los dígitos de un número es múltiplo de 5, entonces el número es divisible entre 5. (   )

b) Un número divisible entre 2, no puede ser divisible entre 5. (   )

c) 195 es divisible entre 3 y 5. (   )

d) Todo número divisible entre 32, es divisible entre 4, entre 8 y entre 16 a la vez. (   )

SOLUCIÓN DE PROBLEMAS

5. En una pastelería se producen 350 galletas diariamente. El dueño necesita comprar fundas para empacar todas las galletas. ¿Qué capacidad pueden tener las fundas para que el panadero ubique la misma cantidad de galletas en cada una?

6. Gonzalo desea organizar su colección de 328 canicas. Su mamá le ofrece cajas en las que caben 4 canicas, otras en las que caben 5 y otras en las que caben 10. ¿Qué cajas debe escoger para que no queden canicas sueltas?

7. Los números de las camisetas de cinco jugadores de fútbol son de dígitos. Además, tres de los cinco números son divisibles entre 9 y entre 2, y los otros 2 son divisibles entre 10 y entre 3. ¿Cuáles con los números de las cinco camisetas?

8. Un campesino recolectó 110 huevos. Par venderlos con facilidad, desea empacarlos en cajas. Un proveedor de cajas ofrece empaques de 4 y 10 unidades, ¿qué empaque debe escoger para que no queden unidades sueltas?

- ¿Cuántos huevos recolectó el campesino?
- ¿Qué criterios de divisibilidad cumple el número 110?
- ¿Cuál de los empaques debe escoger?

9. Los 40 estudiantes de sexto año pertenecen al club de coro, quieren organizarse en grupos de igual número de integrantes para participar en concurso de canto interno. ¿De cuántos estudiantes se pueden formar los grupos? ¿Qué criterios de divisibilidad cumple el 40?

10. En la miscelánea del papá de Tomás hay cajas de todos los tamaños. ¿De qué forma se puede empacar doce carretes de hilo en cajas iguales sin que sobre ningún carrete? Dibuja todas las formas en que se pueden empacar y escribe la operación matemática que las justifica.

DESCOMPOSICIÓN EN FACTORES PRIMOS

FASE INICIAL

Sigue las instrucciones para hallar los números primos que están entre 1 y el 100.

1. Tacha con una X el número 1
2. Encierra el No. 2 y tacha con una X los múltiplos de 2.
3. Encierra el No. 3 y tacha con una X los múltiplos de 3.
4. Encierra el No. 5 y tacha con una X los múltiplos de 5.
5. Encierra el No. 7 y tacha con una X los múltiplos de 7.
6. Escribe los números que quedaron sin tachar:

____

____

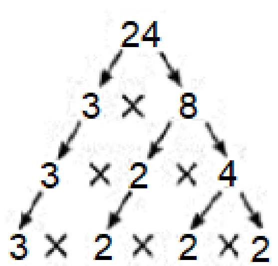
____

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

FASE DE ELABORACIÓN

Factorizar un número significa expresar dicho número como un producto de números primos. La factorización de un número también se conoce con el nombre de descomposición en factores primos. Todo número compuesto se puede factorizar utilizando dos métodos: realizando un diagrama de árbol de factores o efectuando divisiones sucesivas entre sus divisores primos.

1. ÁRBOL DE FACTORES PRIMOS



Se escribe el número que se va a descomponer en este caso 24.

Luego se buscan dos números que multiplicados den 24, en este caso el 3 y el 8

Como el 3 es un número primo se deja igual y se buscan dos números que multiplicados den 8, en este caso 2 x 4.

Finalmente, el 3 se deja igual, el 2 se deja igual y el 4 se descompone en 2 x 2.

Al descomponer **24** en factores primos nos queda que **24 = 3 x 2 x 2 x 2**

2. DIVISIONES SUCESIVAS

Para factorizar 24, se divide entre la serie de números primos (2, 3, 5, 7…) tantas veces como se pueda hasta obtener como cociente la unidad. Para saber entre cuáles números se puede dividir se utilizan los criterios de divisibilidad.

24	2	24 es divisible entre 2	24 ÷ 2 = 12
12	2	12 es divisible entre 2	12÷ 2 = 6
6	2	6 es divisible entre 2	6 ÷ 2 = 3
3	3	3 es divisible entre 3	3 ÷ 3 = 1
1			

La descomposición en factores primos de **24** es:

24 = 2 x 2 x 2 x 3

ACTIVIDAD No. 4

1. **Escribe los siguientes números como la suma de dos números primos:**

a) 16	b) 18	c) 20
d) 22	e) 24	f) 26
g) 28	h) 30	i) 32
j) 34	k) 36	l) 38

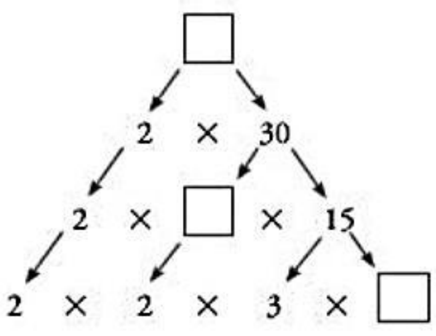
2. **Descompongo en factores primos.**

Número	Factores primos
72	

Número	Factores primos
102	

Número	Factores primos
7 776	

3. **Completa el siguiente diagrama de árbol con los factores que hacen falta para completar la descomposición del número compuesto.**



4. **Hacer un árbol de factores para los números**

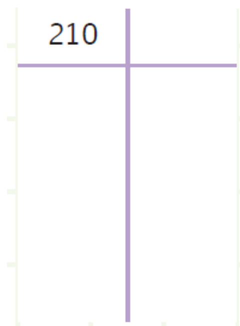
a) 130	b) 160	c) 250
d) 270	e) 280	f) 600

5. **Efectuar la descomposición en factores primos de:**

a) 40	b) 65	c) 225	d) 1.440
e) 45	f) 70	g) 128	h) 1.600
i) 60	j) 80	k) 350	l) 3.500

SOLUCIÓN DE PROBLEMAS

6. María Cristina desea empacar 210 libros del mismo tamaño. Para ello posee cajas en las que caben 35 libros y otras en las que caben 40 libros. ¿qué cajas le son útiles si lo que necesita es empacar todos los libros en grupos iguales sin que quede ninguno suelto?, ¿cuántas cajas necesitará María Cristina?



- ¿Qué cantidad de libros quiere empacar María Cristina? _________
- ¿Cuáles son los factores primos de 210?

  ____

- ¿Qué cajas le son útiles para empacar los libros?

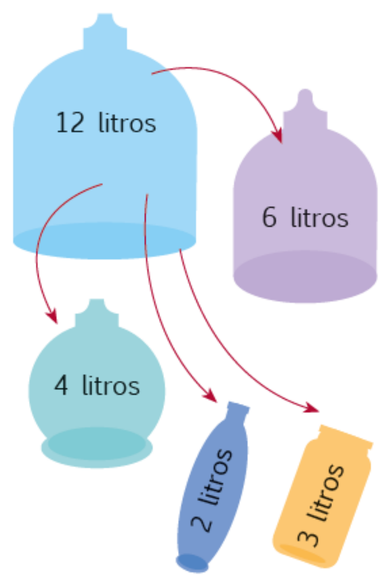
  ____

- ¿Cuántas cajas necesitará María Cristina?

  ____

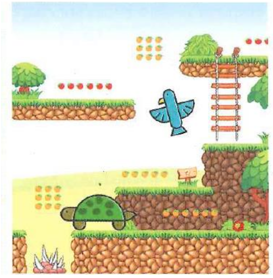
7. Un comerciante cuenta las botellas que tiene de 12 en 12; de 10 en 10; y de 15 en 15, sobrando siempre 7 botellas. Calcular la cantidad de botellas si es mayor que 400 y menor que 440.

8. Mariana desea distribuir los 12 litros de leche en envases como los que se muestran en el gráfico. ¿Qué opciones tiene Mariana para envasar la leche en frascos de la misma capacidad?



MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO (m.c.m.)

FASE INICIAL



En un video juego aparece un pájaro cada 18 segundos y una tortuga cada 20 segundos. Si Andrés acaba de iniciar el juego, ¿en cuánto tiempo verá aparecer los dos animales simultáneamente por primera vez?

FASE DE ELABORACIÓN

El **mínimo común múltiplo** de varios números es el menor de sus múltiplos comunes diferente de cero (0). De forma abreviada el mínimo común múltiplo se escribe **m.c.m.**

Para hallar el mínimo común múltiplo, con los conjuntos de múltiplos se realiza el siguiente procedimiento:

- **Primero**, se escribe el conjunto de múltiplos de cada número.
- **Luego,** se buscan los múltiplos comunes de los conjuntos de los múltiplos.
- **Finalmente,** se busca el menor de los múltiplos comunes diferente de cero.

EJEMPLO:

Determinar el mínimo común múltiplo de 4 y 6 usando los conjuntos de múltiplos de los números.

Primero, se escribe el conjunto de múltiplos de cada número.

$$\mathbf{M_4} = \{0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, \ldots\}$$

$$\mathbf{M_6} = \{0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, \ldots\}$$

Luego, se buscan los múltiplos comunes de los conjuntos de múltiplos: 0, 12, 24, 36, …

Finalmente, se tiene que el menor de los múltiplos comunes, diferentes de cero (0), es el **mínimo común múltiplo,** es decir, **m.c.m. (4, 6) = 12**

Para hallar el **mínimo común múltiplo**, por descomposición en factores primos, se realizan los siguientes pasos:

Primero, se descomponen los números en sus factores primos.

Luego, se escogen los factores comunes y no comunes, elevados al mayor exponente.

Finalmente, se realiza la multiplicación de esos factores comunes. Ese es el **m.c.m.** de los números.

EJEMPLO:
Primero, para calcular el mínimo común múltiplo de 24 y 96 se descompone cada número en sus factores primos y se escribe el producto correspondiente.

$$\begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 96 & 2 \\ 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$24 = 2^3 \times 3 \qquad 96 = 2^5 \times 3$$

Luego, se eligen los factores primos comunes y no comunes con los mayores exponentes y se efectúa el producto
Finalmente, se multiplican los factores comunes; $\mathbf{2^5 \times 3}$ = 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 3 = 96. Así el **m.c.m. (24, 96) = 96**

ACTIVIDAD No. 5

1. Halla el mínimo común múltiplo de cada grupo de números, usando el conjunto de múltiplos de cada número.

a. 5 y 7
b. 11 y 13
c. 25 y 30
d. 45 y 5
e. 120 y 210
f. 300 y 350

2. Calcula el mínimo común múltiplo de los siguientes números descomponiendo en factores primos.

a. 24 y 38
b. 12, 15 y 18
c. 27 y 16
d. 6, 30 y 42
e. 10, 20 y 30

3. Decide si son verdaderas (V) o falsas (F) las siguientes afirmaciones:

a. El mínimo común múltiplo de dos números primos es igual a su producto. ( )
b. El mínimo común múltiplo de dos números pares es par. ( )
c. El m.c.m. (20, 30) = 60. ( )
d. El mínimo común múltiplo de un número impar y un número par, es un número impar. ( )

4. Relaciona cada número de la columna A con los números de la columna B; que es su m.c.m.

Columna A	Columna B
14	m. c. m. (12, 48)
247	m. c. m. (20, 40, 60)
32	m. c. m. (13, 19)
48	m. c. m. (2, 7)
120	m. c. m. (8, 16, 32)

SOLUCIÓN DE PROBLEMAS

5. A lo largo de una carretera de 1000 Km de longitud se encuentra un teléfono cada 40 km, un restaurante cada 30 km y un puesto de emergencias cada 45 km. Cada cuántos kilómetros se encuentran juntos:

a. Un teléfono y un puesto de emergencias.
b. Un teléfono y un restaurante.
c. Un restaurante y un puesto de emergencias.
d. Los tres servicios a la vez.

6. Isabel se tiene que tomar una pastilla para el dolor de cabeza cada 8 horas y otra para el dolor de espalda cada 6 horas. Si se tomó la dos pastillas a las 1:00 p.m., ¿a qué hora vuelve a tomárselas al tiempo?

7. La ruta azul pasa cada 15 minutos por la casa de Luis y la ruta roja, cada 10 minutos. Si las dos rutas pasaron juntas a las 6:00 de la mañana, ¿cuántas veces han pasado al tiempo hasta las 10:00 de la mañana?

8. Fernando visita a su mamá cada 20 días, Santiago lo hace cada 45 días y Manuel lo hace cada 60 días. So hoy coincidieron los tres, ¿cuántos días tienen que pasar para que se vuelvan a encontrar?

9. Con los estudiantes de un curso se pueden formar grupos de exactamente 9, 12 y 18 estudiantes. ¿Cuántos estudiantes tiene ese curso si se sabe que ese número es menor que 40?

10. Tres atletas, Marcos, Lucas y Juan tardan 8, 4 y 16 minutos respectivamente, en dar una vuelta a la pista. Si parten al mismo tiempo y no dan más de 20 vueltas:

a. ¿Cuántas veces se encontrarán Marco y Lucas en el punto inicial?
b. ¿Cuántas veces se encontrarán Lucas y Juan en el punto inicial?

MÁXIMO COMÚN DIVISOR (M.C.D.)

FASE INICIAL

1. Pedro tiene tres tablas: una de 6 m, otra de 12 m y otra de 18 m. ¿Cómo debe cortarlas en pedazos de la misma longitud (y la máxima posible) sin que se desperdicie madera?

2. Si Pedro tiene una tabla de 18 m, ¿qué medida tendrán los trozos en los que puede cortarla? Escribe todas las posibilidades.

FASE DE ELABORACIÓN

El **máximo común divisor (M.C.D.)** de dos o más números naturales es el mayor número que los divide sin dejar resto. Existen dos métodos para hallar el máximo común divisor de dos o más números:

1. **UTILIZANDO LOS CONJUNTOS DE LOS DIVISORES**: Para hallar el **M.C.D.**, con los conjuntos de divisores, se realizan los siguientes pasos:
   - **Primero,** se hallan todos los divisores de cada número.
   - **Luego,** se buscan los divisores comunes de los conjuntos de divisores.
   - **Finalmente,** se busca el mayor de los divisores comunes. Este es el máximo común divisor.

   EJEMPLO:
   Determinar el máximo común divisor de 18 y 24, a partir de los conjuntos de divisores.
   - **Primero,** se hallan todos los divisores de cada número.

     $\mathbf{D_{18}} = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$ $\qquad$ $\mathbf{D_{24}} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$
   - **Luego,** se buscan los divisores comunes: **1, 2, 3 y 6**.
   - **Finalmente,** se tiene que el máximo común divisor (M.C.D.) es el mayor de los divisores comunes, es decir, **M.C.D. (18 y 24) = 6**

2. **POR DESCOMPOSICIÓN EN FACTORES PRIMOS:** para hallar el máximo común divisor, descomponiendo en factores primos, se realizan los siguientes pasos:
   - **Primero,** se descompone cada número en factores primos.
   - **Luego,** se escogen los factores comunes, elevados al menor exponente.
   - **Finalmente,** se realiza la multiplicación de esos factores comunes. El producto es el máximo común divisor de los números.

   EJEMPLO

   Calcular el máximo común divisor de 300, 360 y 420.

   - **Primero,** se descompone cada número en factores primos.

$$
\begin{array}{r|l}
300 & 2 \\
150 & 2 \\
75 & 3 \\
25 & 5 \\
5 & 5 \\
1 &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r|l}
360 & 2 \\
180 & 2 \\
90 & 2 \\
45 & 3 \\
15 & 3 \\
5 & 5 \\
1 &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r|l}
420 & 2 \\
210 & 2 \\
105 & 3 \\
35 & 5 \\
7 & 7 \\
1 &
\end{array}
$$

$$2^2 \times 3 \times 5^2 \qquad 2^3 \times 3^2 \times 5 \qquad 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$$

   - **Luego,** se escogen los factores comunes, elevados al menor exponente y se multiplican

$$\mathbf{2^2 \times 3 \times 5 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60}$$

   - **Finalmente,** El máximo común divisor de 300, 360 y 420 es **60**.

M.C.D. (300, 360 Y 420) = 60

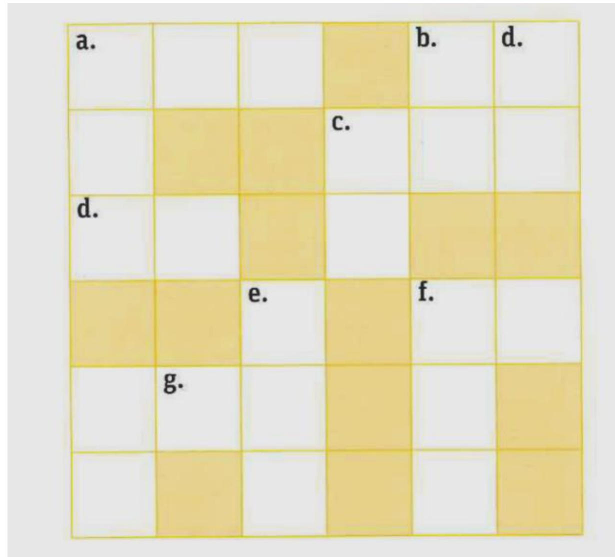
ACTIVIDAD No. 6

1. Calcula el máximo común divisor de los siguientes grupos de números.

a. 54 y 36
b. 28 y 39
c. 12, 18 y 27
d. 48, 64 y 98
e. 200, 400 y 600

2. Resuelve el crucinúmero. Halla cada máximo común divisor en tu cuaderno.

Horizontales	Verticales
a. m. c. d. (128, 256)	a. m. c. d. (12 028, 12 772
b. m. c. d. (32, 96, 160)	b. m. c. d. (34, 68, 102)
c. m. c. d. (484, 726, 968)	c. m. c. d. (112, 140)
d. m. c. d. (86, 129)	d. m. c. d. (66, 88)
e. m. c. d. (3, 5, 7, 13, 19)	e. m. c. d (270, 405)
f. m. c. d. (87, 116)	f. m. c. d. (430, 645)
g. m. c. d. (426, 639)	g. m. c. d. (75, 90)



SOLUCIÓN DE PROBLEMAS

3. Se tienen 60 lápices, 90 esferos y 120 borradores, y se quieren distribuir paquetes en los que haya estos tres tipos de artículos. ¿Cuál es el máximo número de paquetes que se pueden armar usando todos los artículos' ¡Cuántos lápices, esferos y borradores deben ir en cada paquete?

4. Un agricultor recoge 96 manzanas, 68 peras y 128 naranjas. Si desea armar cajas de tal forma que en cada una de ellas se encuentre la mayor cantidad de frutas, ¿cuántas cajas necesita? ¿Cuántas frutas debe empacar en cada caja?

5. Un maestro de obra quiere pegar baldosas cuadradas en una habitación de 520 cm de largo por 380 cm de ancho. Si se quiere utilizar el menor número de baldosas, ¿qué dimensiones debe tener cada una para cubrir exactamente el piso de la habitación?

6. Para transportar 16 perros y 48 gatos se van a usar jaulas iguales que sean lo más grandes posibles, y de forma que en todas quepa el mismo número de animales. ¿Cuántos animales deben ir en cada jaula?

7. En una actividad de integración participan 96 niñas y 112 niños. Hay que formar grupos con igual cantidad de integrantes, de tal forma que cada grupo tenga la misma cantidad de niños y la misma cantidad de niñas. ¿Cuál es la mayor cantidad de grupos que se puede formar y cómo estarán conformados?

8. En una fábrica se confeccionan banderas para el día de la Independencia. Para esto, se utilizan tres rollos de tela de 30, 48 y 72 metros de largo cada uno. Cada rollo de tela debe cortarse en partes iguales de tal forma que no sobre tela y que el largo de la tela empleada para cada bandera sea el mayor posible.

a. ¿Cuál es el largo de la tela que se utiliza para elaborar cada bandera?
b. ¿Cuántas banderas se pueden confeccionar?

9. Se quiere dividir un jardín en sectores para sembrar 56 rosas y 40 margaritas. Cada sector debe tener el mismo número de flores de cada clase.

a. ¿Cuál es mayor número de sectores en el que se puede dividir el jardín?
b. En el caso anterior, ¿Cuántas flores de cada clase quedarían en cada sector?

FRACCIONES: CONCEPTO, ELEMENTOS E INTERPRETACIÓN

FASE INICIAL

Javier, Viviana y Carlos son amigos. Cada uno compró una pizza de igual tamaño y la dividió en partes iguales. Javier dividió su pizza en 10 raciones, Viviana la dividió en 12 y Carlos en 16.

a. ¿Cuántas raciones debe comerse Javier, Viviana y Carlos, respectivamente, para que queden, cada uno con la mitad de su pizza?
b. Realiza los dibujos que representen las divisiones de las pizzas de Javier, Viviana y Carlos.
c. ¿Se puede afirmar que Javier, Viviana y Carlos comieron la misma cantidad de pizza? Justifica tu respuesta.

FASE DE ELABORACIÓN

Un **número fraccionario** es aquel que expresa una o más partes de una unidad. Su representación se denomina **fracción. Las fracciones** son expresiones numéricas que se utilizan para representar las partes en que se puede dividir una unidad.

Los elementos de una fracción son:

1. **EL NUMERADOR:** indica el número de partes que se toman de la unidad y se coloca en la parte superior de la línea.
2. **EL DENOMINADOR:** indica la cantidad de partes en que se divide la unidad y se coloca en la parte inferior de la línea.
3. **VÍNCULO O BARRA:** es la línea que separa al numerador del denominador e indica la división entre el numerador y el denominador.

EJEMPLO:

$$\frac{2}{5} \quad \begin{array}{l} 2 \longrightarrow \text{Numerador} \\ 5 \longrightarrow \text{Denominador} \end{array}$$

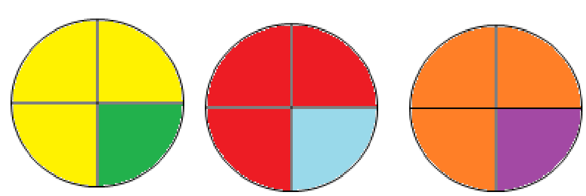
La fracción $\frac{2}{5}$ nos indica que la unidad se ha dividido en 5 partes iguales y de esas partes se tomaron 2.

<u>INTERPRETACIÓN DEL CONCEPTO DE FRACCIÓN</u>

Un número fraccionario puede tener varias aplicaciones dependiendo del contexto en el que se esté empleando. En todos los casos el número se representa de la misma manera, pero el numerador y el denominador tienen diferentes interpretaciones.

1. **FRACCIÓN COMO COCIENTE:** Una fracción puede representar la división de dos cantidades. En este caso el numerador de la fracción representa al dividendo y el denominador al divisor.

   EJEMPLO:
   Para repartir 3 tortas entre 4 personas, se divide cada torta en 4 porciones iguales, con lo cual, a cada persona le corresponden 3 de esas porciones, es decir, el cociente de dividir 3 entre 4 es 3 ÷ 4 y se puede escribir en forma de fracción $\frac{3}{4}$.



2. **FRACCIÓN COMO RAZÓN:** Las fracciones también se pueden usar para representar la comparación entre dos cantidades que tienen una característica común que las relaciona.

EJEMPLO: En un salón de clases por cada 5 niños hay 7 niñas. La relación que hay entre el número de niños y de niñas se puede expresar de la siguiente forma:

- La relación de niños y niñas es de **5 a 7.**
- Por cada **5 niños** hay **7 niñas.**
- La fracción $\frac{5}{7}$ que se lee **5 es a 7.**

3. **FRACCIÓN COMO OPERADOR:** En muchos casos surge la necesidad de calcular la fracción de un número dado, para lo cual se multiplica el **numerador** de la fracción por el **número** y el resultado se divide entre el **denominador** de la fracción.

EJEMPLO: Carlos tiene 28 estampillas, $\frac{5}{7}$ de estas son nacionales. ¿Cuántas estampillas nacionales tiene Carlos?

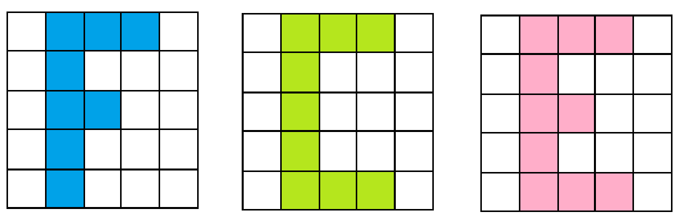
$\frac{5}{7}$ de 28 es igual a $\frac{5}{7} \times 28$, es decir, $5 \times 28 = 140$ y $140 \div 7 = 20$

En conclusión, Carlos tiene 20 estampillas que son nacionales.
Es importante tener en cuenta que no siempre el resultado es un número natural, por ejemplo:

$$\frac{3}{5} \text{ de } 76 = \frac{3 \times 76}{5} = \frac{228}{5} = 45\frac{3}{5}$$

ACTIVIDAD No. 5

1. Observa cada cuadro y luego completa la tabla.



	Número total de partes divididas	**Número de partes coloreadas**	**Fracción**	**Se escribe**
F				
C				
E				

2. Calcular la fracción de cada número

a. $\frac{3}{4}$ de 36

b. $\frac{1}{5}$ de 45

c. $\frac{6}{8}$ de 24

d. $\frac{3}{4}$ de 72

e. $\frac{1}{4}$ de 24

f. $\frac{5}{3}$ de 90

3. Escribir el número que corresponda para completar los siguientes enunciados.

a. 7 es $\frac{1}{3}$ de ________

b. 8 es $\frac{2}{3}$ de ________

c. 12 es $\frac{3}{4}$ de ________

d. 15 es $\frac{3}{2}$ de ________

SOLUCIÓN DE PROBLEMAS

4. En una caja hay 120 lápices, de los cuales $\frac{3}{4}$ son negros.

a. ¿Cuántos lápices son negros?

b. ¿Cuántos no son negros?

5. Entre los animales estudiados por el ser humano, los insectos son los más numerosos. De las 900.000 espacies conocidas, $\frac{7}{18}$ son escarabajos y $\frac{1}{6}$ son mariposas y polillas.

a. ¿Cuántas especies hay de escarabajos?

b. ¿Cuántas especies hay de mariposas y polillas?

6. De una cantidad de leche se obtienen aproximadamente $\frac{4}{25}$ de su peso en crema. A su vez, de la crema se obtienen $\frac{8}{25}$ de su peso en mantequilla. Un litro de leche pura pesa aproximadamente 1.00 gramos.

a. ¿Qué cantidad de crema se puede obtener con 1.000 litros de leche?
b. ¿Qué cantidad de mantequilla se puede obtener con esa misma cantidad de leche?

7. María debe caminar 25 km; hasta ahora ha recorrido $\frac{3}{5}$ del camino. ¿Qué distancia le falta por caminar?

8. La edad de Claudia es $\frac{5}{6}$ la edad de Felipe. ¿Cuántos suman las edades si Felipe tiene 42 años?

9. En la clase de matemáticas del grado sexto se requiere que sus 36 alumnos se ubiquen en cuatro filas. El maestro indica que en la primera fila deben ubicarse $\frac{1}{6}$ de los estudiantes, en la segunda fila $\frac{2}{6}$, en la tercera fila $\frac{3}{6}$ de los estudiantes que no se han ubicado y en la última fila el resto. Responde las siguientes preguntas:

a. ¿Cuántos estudiantes deben ubicarse en la primera fila?
b. ¿Cuántos en la segunda fila?
c. ¿Cuántos en la tercera fila?
d. ¿Cuántos en la cuarta fila?

10. La familia de Viviana gastó en Navidad $\frac{2}{3}$ de $9'300.000 en la compra de dos bicicletas; $\frac{8}{10}$ de la misma cantidad en la compra de juguetes, y de lo que sobró gasto la mitad en la compra de un regalo para la abuelita.

a. ¿Cuánto dinero gastó las familia de Viviana en la compra de las dos bicicletas?

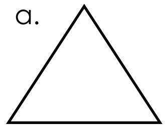
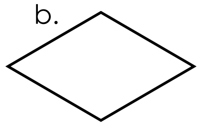
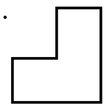
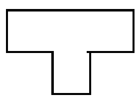
b. ¿Cuánto dinero gastó en juguetes?

c. ¿Cuánto dinero destinó para el regalo de la abuelita?

CLASES DE FRACCIONES Y NÚMEROS MIXTOS

FASE INICIAL

Arma la figura a partir de las piezas y las condiciones que se dan en cada caso:

a. 	Esta pieza corresponde a $\frac{1}{4}$ de un triángulo
b. 	Esta pieza corresponde a $\frac{1}{9}$ de un rombo
c. 	Esta pieza corresponde a $\frac{1}{8}$ de un rectángulo
d. 	Esta pieza corresponde a $\frac{1}{4}$ de un cuadrado

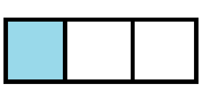
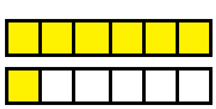
FASE ELABORACIÓN

CLASES DE FRACCIONES

- Una fracción es **propia** cuando el numerador es menor que el denominador. Esta fracción es menor que la unidad. Por **ejemplo:** $\frac{5}{8}$ que se lee cinco octavos es propia.
- Una fracción es **impropia** si tiene el numerador mayor que el denominador. Esta fracción es mayor que la unidad. Por **ejemplo:** $\frac{7}{4}$ que se lee siete cuartos es impropia.
- Una fracción es **igual a la unidad** cuando el numerador es igual que el denominador. Por **ejemplo:** $\frac{8}{8}$ se lee ocho octavos y es igual a la unidad.
- Una fracción es **entera** cuando el numerador es múltiplo del denominador. Estas fracciones son números naturales mayores que la unidad. Por **ejemplo:** $\frac{6}{2}$ que se lee seis medios y es una fracción entera.

REPRESENTACIÓN DE FRACCIONES

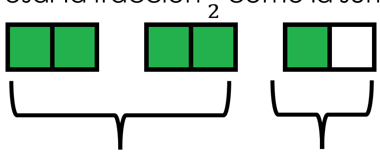
Representar las siguientes fracciones. Luego, determinar si son propias, impropias, iguales a la unidad o enteras.

a. $\frac{1}{3}$		Se divide la figura en 3 partes iguales y se toma (colorea) 1. En la fracción $\frac{1}{3}$ el numerador es 1 y el denominador es 3. Como 3 es mayor que 1, entonces $\frac{1}{3}$ es una fracción propia
b. $\frac{7}{6}$		Se dividen 2 unidades en 6 partes iguales y se toman 7. En la fracción $\frac{7}{6}$ el numerador es 7 y el denominador es 6. Como 6 es menor que 7, entonces, $\frac{7}{6}$ es una fracción impropia.

C. $\frac{6}{6}$  Se divide la figura en 6 partes iguales y se toman 6. En la fracción $\frac{6}{6}$ el numerador y el denominador son ambos iguales a 6, entonces es una fracción igual a la unidad.

NÚMEROS MIXTOS

Cualquier fracción impropia se puede representar como un número natural más una fracción propia. Por **ejemplo**, para expresar la fracción $\frac{5}{2}$ como la suma de un número natural más una fracción propia, se representa la fracción como:



$2 \quad + \quad \frac{1}{2}$

La fracción $\frac{5}{2}$ es igual a 2 unidades completas y $\frac{1}{2}$ de unidad.

$$\frac{5}{2} = 2 + \frac{1}{2} = 2\frac{1}{2}$$

Un **número mixto** es una expresión que tiene una parte entera y una parte fraccionaria. La parte fraccionaria de un número mixto es siempre una **fracción propia.** Así, $\frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$ donde 2 es la parte entera y $\frac{1}{2}$ es la parte fraccionaria menor que la unidad.

CONVERSIÓN DE UNA FRACCIÓN IMPROPIA A NÚMERO MIXTO

Para convertir una fracción impropia a un número mixto, se realizan los siguientes pasos:

1. Se divide el numerador entre el denominador de la fracción.
2. Se determina el cociente y el residuo de la división anterior.
3. Se escribe la fracción impropia como número mixto, tomando como **parte entera** el **cociente** de la división y como **parte fraccionaria** la fracción propia que tiene como **numerador** el **residuo** de la división y como denominador el mismo denominador de la fracción impropia.

EJEMPLO: Para convertir $\frac{17}{3}$ en número mixto, se divide el numerador entre el denominador respectivo. Así:

$$\begin{array}{l|l} 17 & 3 \\ \hline 2 & 5 \longrightarrow \text{cociente} \\ \downarrow & \\ \text{residuo} & \end{array} \qquad \text{Luego, } \frac{17}{3} = 5\frac{2}{3}$$

CONVERSIÓN DE UN NÚMERO MIXTO A UNA FRACCIÓN IMPROPIA

Para convertir un número mixto a una fracción impropia se realizan los siguientes pasos:
1. Se multiplica la parte entera del número mixto por el denominador de la parte fraccionaria.
2. Se suma a este producto el numerador de la parte fraccionaria.
3. El resultado obtenido es el numerador de la fracción impropia. El denominador es el mismo de la parte fraccionaria del número mixto.

EJEMPLO: Convertir $3\frac{4}{5}$ en fracción impropia
1. Se multiplica: 3 x 5 = 15.
2. Luego, se suma 15 + 4 = 19.
3. La fracción impropia es $\frac{19}{5}$

ACTIVIDAD No. 6

1. Elabora un gráfico adecuado para representar cada una de las siguientes fracciones:

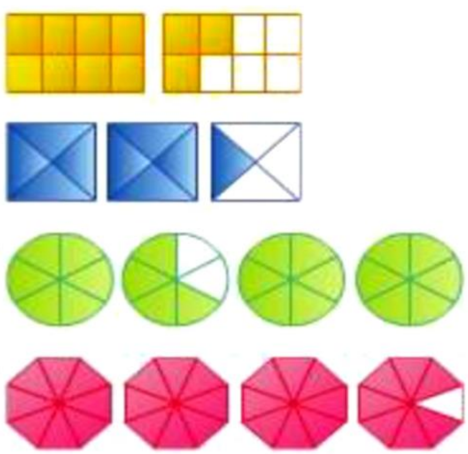
a. $\frac{7}{5}$ b. $\frac{12}{3}$ c. $\frac{3}{11}$

d. $\frac{4}{9}$ e. $\frac{9}{4}$ f. $\frac{25}{8}$

2. Sigue el camino de las fracciones que se pueden convertir a números mixtos, para que el conejo alcance la zanahoria

	$\frac{3}{4}$	$\frac{28}{30}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{215}{317}$	$\frac{13}{12}$	$\frac{815}{1.000}$
$\frac{3}{2}$	$\frac{9}{5}$	$\frac{321}{299}$	$\frac{7}{21}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{15}{8}$	$\frac{36}{35}$
$\frac{2}{2}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{1.002}{989}$	$\frac{18}{7}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{205}{189}$	$\frac{27}{54}$	

3. Expresa como un número mixto la fracción representada en cada gráfico.



4. Escribe las fracciones impropias como número mixto y los números mixtos como fracciones impropias.

a. $\frac{25}{8}$ d. $6\frac{6}{13}$ g. $\frac{47}{7}$

b. $4\frac{2}{11}$ e. $\frac{100}{17}$ h. $7\frac{1}{5}$

c. $\frac{207}{8}$ f. $7\frac{3}{13}$ i. $9\frac{5}{9}$

SOLUCIÓN DE PROBLEMAS

5. Para preparar un vaso de jugo se necesitan $\frac{13}{4}$ de naranjas. ¿Cuántas naranjas enteras son? ¿Cuántas naranjas enteras se necesitan para preparar 8 vasos de jugo?

6. María recibió 2 pizzas divididas en 6 porciones cada una y se comió una porción. ¿Qué número mixto representan las porciones de pizza que sobraron?

7. Diana compró 5 libras y cuarto de maíz para elaborar una torta. ¿Qué fracción impropia representa la cantidad de maíz que compró Diana?

8. Luis recorre $\frac{16}{3}$ de km para ir de su casa al museo. ¿Cuántos kilómetros completos recorre Luis en ese trayecto?

9. De un grupo de 32 estudiantes, 18 son mujeres. A 7 de los varones les gusta el rock; $\frac{1}{3}$ de las mujeres usa la ruta escolar; $\frac{2}{9}$ de las mujeres usan transporte privado y el resto de ellas va caminando.

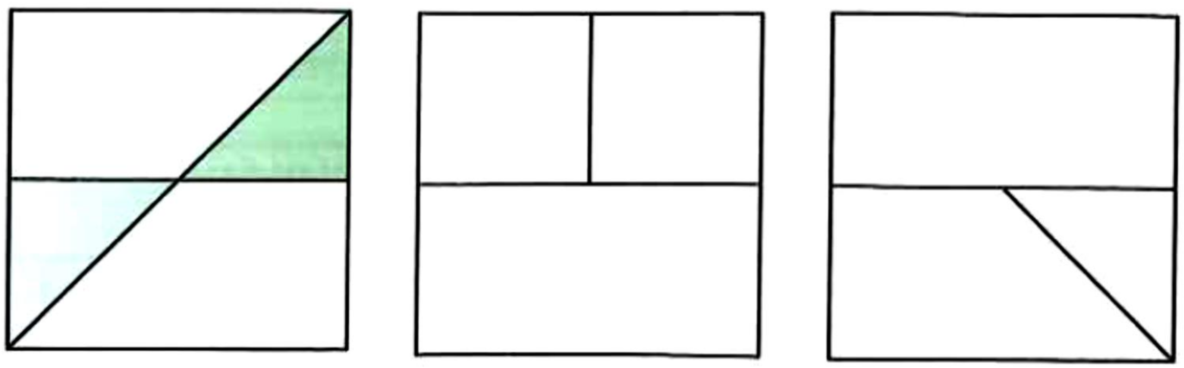
a. ¿Qué fracción de los estudiantes son varones?

b. ¿Cuántas mujeres usan la ruta escolar?

c. ¿A qué fracción de los varones no les gusta el rock?

d. ¿Cuántas mujeres van caminando?

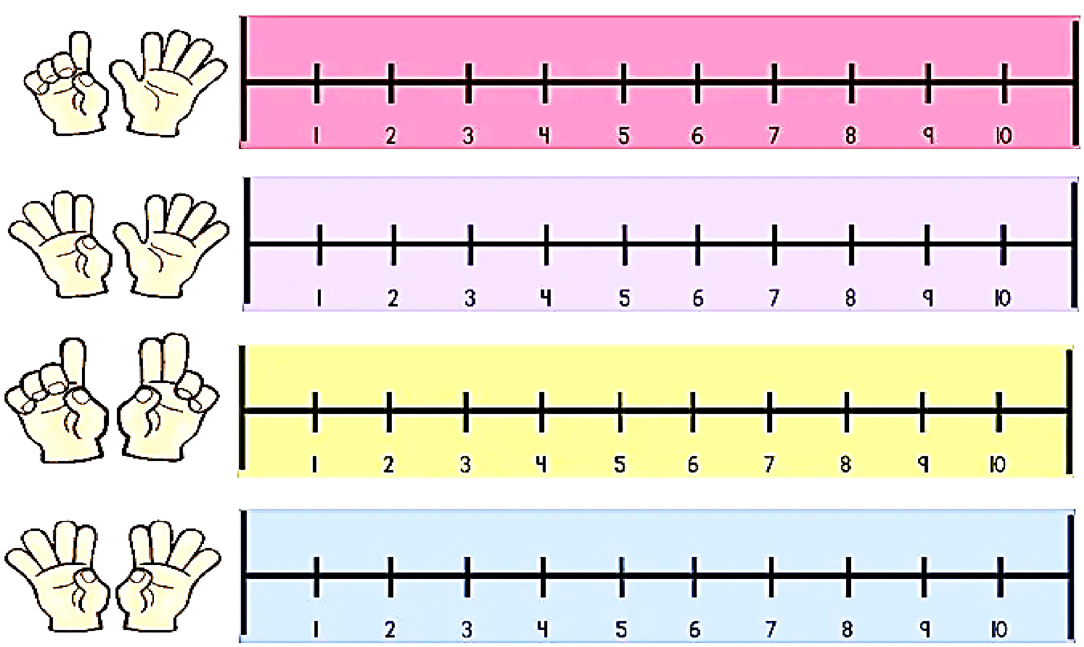
10. Colorea las partes que faltan de tal manera que completes el número $1\frac{1}{8}$.



REPRESENTACIÓN DE FRACCIONES EN LA RECTA NUMÉRICA Y FRACCIONES EQUIVALENTES

FASE INICIAL

Ubica en la recta numérica



FASE DE ELABORACIÓN

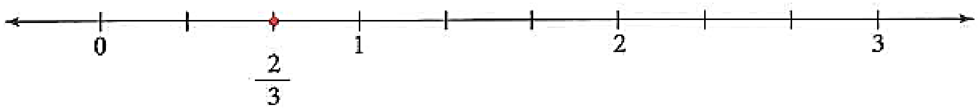
- **REPRESENTACIÓN DE FRACCIONES EN LA RECTA NUMÉRICA:** Para representar fracciones sobre una recta numérica, se deben seguir los siguientes pasos:

    1. Se ubica el número 0 en la recta numérica y se localizan los números naturales que de consideren necesarios.
    2. Se divide cada unidad en tantas partes iguales como indique el denominador de la fracción que se va a representar.
    3. Se cuentan tantas partes a partir del número 0 como lo indique el numerador de la fracción y se marca el punto. Dicho punto es la representación de la fracción sobre la recta numérica.

EJEMPLOS:

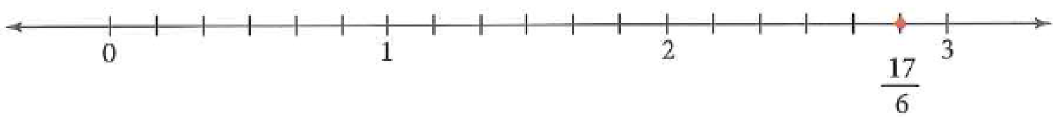
Representar cada fracción sobre una recta numérica

a. $\frac{2}{3}$ se traza la recta numérica y se ubican los números 0, 1, 2 y 3; luego, se divide cada unidad en 3 partes iguales y a partir del número 0 se cuentan 2 partes. Así:



La fracción $\frac{2}{3}$ es una fracción propia, se ubica entre 0 y 1; en general, las fracciones propias se representan en la recta numérica entre los números 0 y 1.

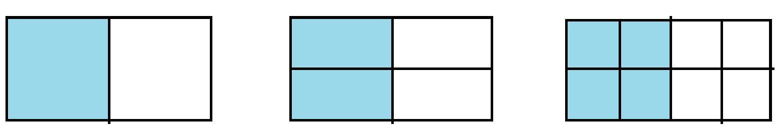
b. $\frac{17}{6}$ se traza la recta numérica y se ubican los números 0, 1, 2 y 3; luego, se divide cada unidad en 6 partes iguales y a partir del número 0 se cuentan 17 partes. Así:



La fracción $\frac{17}{6}$ es una fracción impropia, se ubica a la derecha del número 1. En general, las fracciones impropias se representan en la recta numérica a la derecha del número 1.

- **FRACCIONES EQUIVALENTES**
  Dos fracciones son equivalentes si representan la misma porción de la unidad. Las fracciones equivalentes representan el mismo punto en la recta numérica.

EJEMPLO: $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}\, y\, \frac{4}{8}$ son fracciones equivalentes.



$\frac{1}{2}$ $\qquad$ $\frac{2}{4}$ $\qquad$ $\frac{4}{8}$

Si dos fracciones son equivalentes, se verifica que el producto que resulta de multiplicar el numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda fracción es igual al producto que resulta de multiplicar el denominador de la primera fracción por el numerador de la segunda fracción.

EJEMPLO:

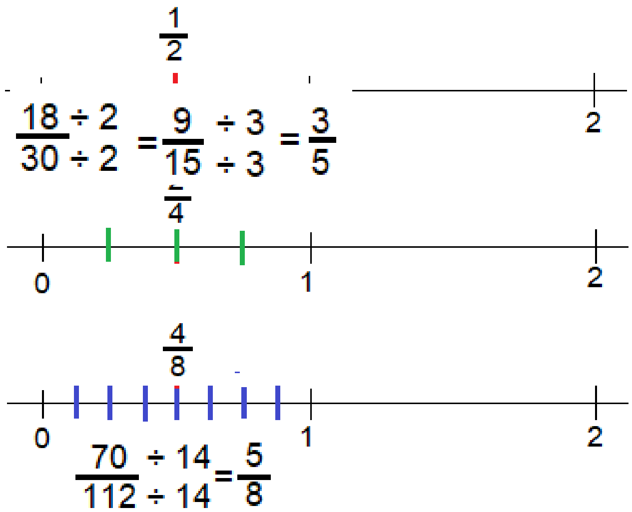
$\frac{1}{2} \quad \frac{2}{4} \rightarrow 1 \times 4 = 2 \times 2$

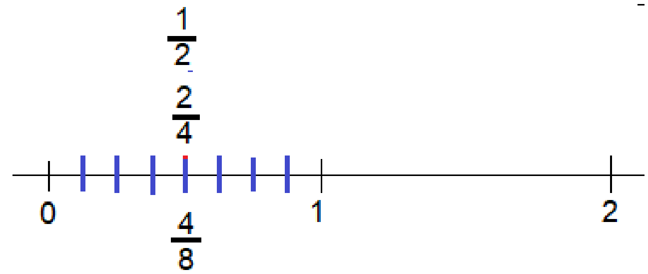
$4 = 4$

$\frac{2}{4} \quad \frac{4}{8} \rightarrow 2 \times 8 = 4 \times 4$

$16 = 16$

Al representar las fracciones equivalentes en la recta numérica quedan de la siguiente manera:





- **MÉTODOS PARA HALLAR FRACCIONES EQUIVALENTES:** Para hallar fracciones equivalentes a otra fracción dada, existen dos métodos:

1. **AMPLIFICACIÓN DE FRACCIONES:** Este proceso permite hallar todas las fracciones equivalentes a una fracción dada. Consiste en multiplicar por un mismo número natural, mayor que 1, el numerador y el denominador de una fracción inicial, así:

   $\frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8}$ $\qquad$ $\frac{3 \times 7}{4 \times 7} = \frac{21}{28}$ $\qquad$ $\boldsymbol{\frac{6}{8} y \frac{21}{28}\ son\ fracciones\ equivalentes\ a\ \frac{3}{4}}$

2. **SIMPLIFICACIÓN DE FRACCIONES:** Este proceso consiste en dividir por un mismo número natural (divisor común diferente de 1), el numerador y el denominador de la fracción inicial. La aplicación del proceso en forma sucesiva permite obtener fracciones equivalentes a la fracción dada, cuyos términos son menores que ella. Toda fracción de debe simplificar hasta la fracción irreducible.

   La fracción $\frac{3}{5}$ es la fracción irreducible.

   Cada conjunto de fracciones equivalentes entre sí, forman una clase de equivalencia cuyo representante es la fracción irreducible, es decir, una fracción que no se puede simplificar. Esta se diferencia de las demás porque entre sus términos no hay divisores comunes diferentes de 1.

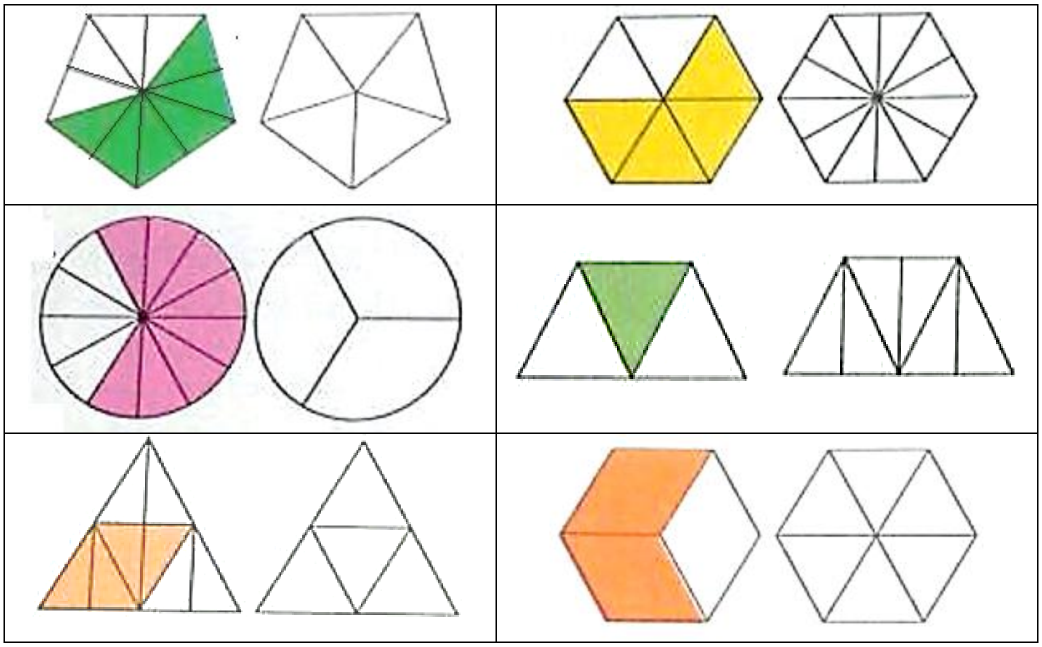
   Una forma práctica para simplificar una fracción dada hasta obtener la fracción irreducible consiste en dividir los dos términos de la fracción original por su máximo común divisor (M.C.D.)

   EJEMPLO: Dada la fracción $\frac{70}{112}$, se halla el MDC (70, 112) que en este caso es 14 y se realiza

   Por lo tanto, $\frac{5}{8}$ es la fracción irreducible.

ACTIVIDAD No. 7

1. Observa cada par de figuras. Luego colorea en la segunda figura, una región que represente una fracción equivalente a la primera.



2. Representar en la recta numérica cada par de fracciones. Luego identificar cuáles son pares de fracciones equivalentes. Realiza las rectas numéricas en el cuaderno

a. $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{6}$

b. $\frac{3}{8}$ y $\frac{6}{16}$

c. $\frac{5}{8}$ y 3

d. $\frac{3}{3}$ y $\frac{20}{30}$

e. $\frac{4}{3}$ y $\frac{3}{4}$

f. $\frac{9}{5}$ y $\frac{9}{4}$

g. $\frac{9}{4}$ y $\frac{27}{12}$

h. $\frac{6}{5}$ y $\frac{18}{15}$

i. $\frac{12}{5}$ y $\frac{60}{25}$

3. Escribir cinco fracciones que sean equivalentes a cada fracción, usando la amplificación. Realiza las operaciones en el cuaderno

a. $\frac{1}{2}$

b. $\frac{3}{4}$

c. $\frac{8}{11}$

d. $\frac{7}{5}$

e. $\frac{3}{7}$

f. $\frac{5}{6}$

g. $\frac{1}{3}$

h. $\frac{2}{5}$

i. $\frac{7}{3}$

4. Simplificar las siguientes fracciones equivalentes hasta obtener fracciones irreducibles. Realiza las operaciones en el cuaderno

a. $\frac{6}{12}$

b. $\frac{8}{24}$

c. $\frac{15}{20}$

d. $\frac{20}{30}$

e. $\frac{17}{34}$

f. $\frac{56}{64}$

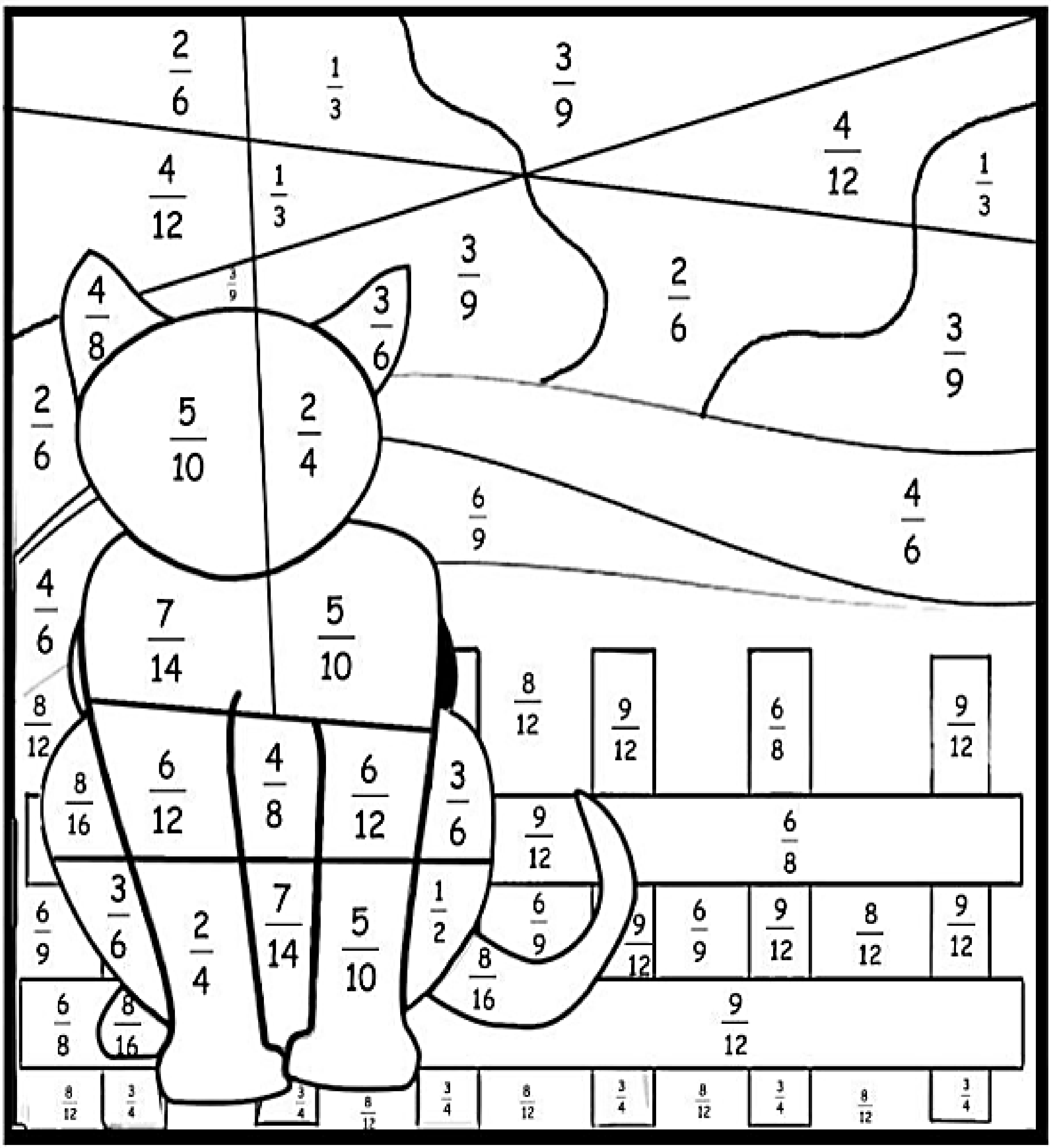
g. $\frac{21}{49}$

h. $\frac{10}{50}$

i. $\frac{15}{25}$

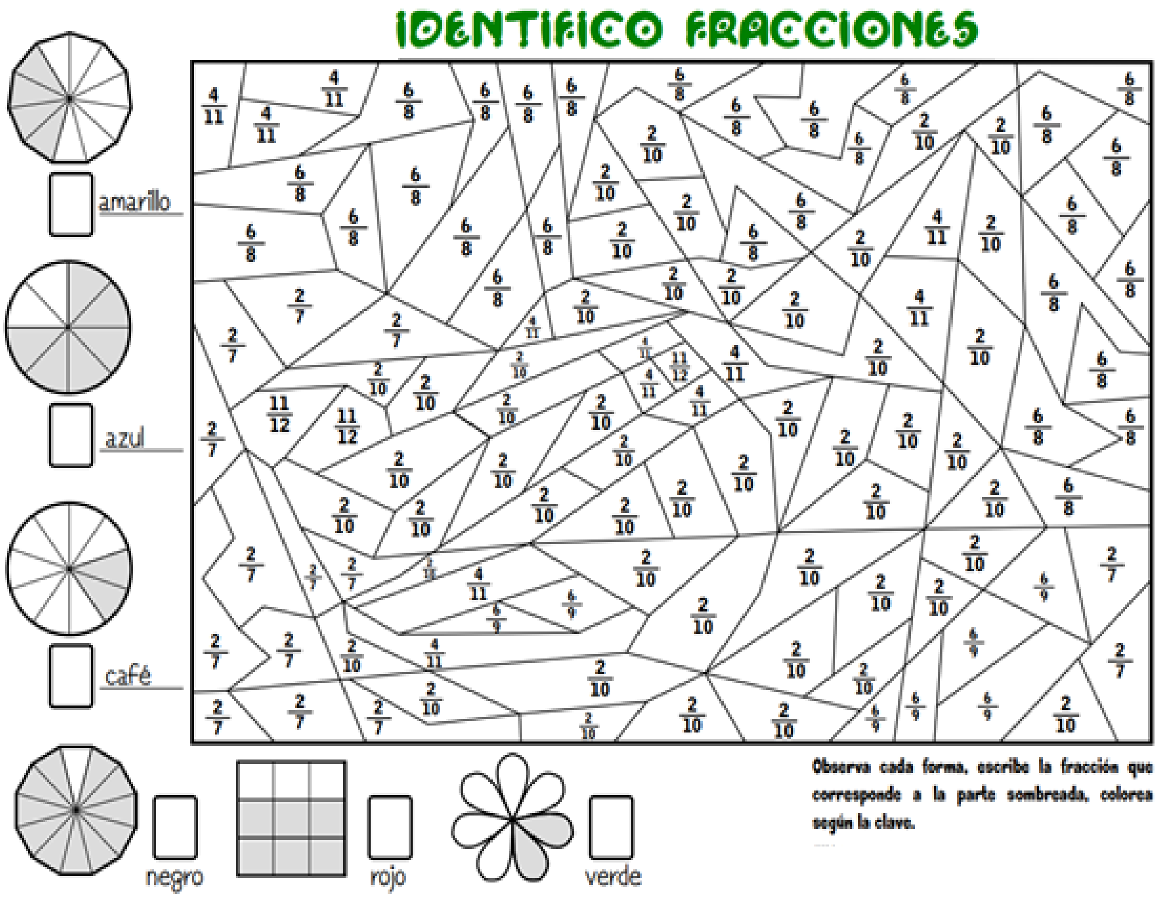
5. Colorea según se indica

- Colorea de **NARANJA** todas las fracciones equivalentes a $\frac{1}{2}$
- Colorea de **AZUL** todas las fracciones equivalentes a $\frac{1}{3}$
- Colorea de **VERDE** todas las fracciones equivalentes a $\frac{2}{3}$
- Colorea de **CAFÉ** todas las fracciones equivalentes a $\frac{3}{4}$



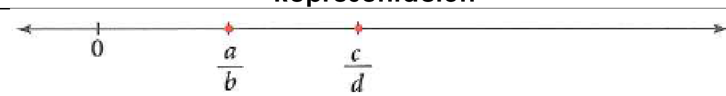
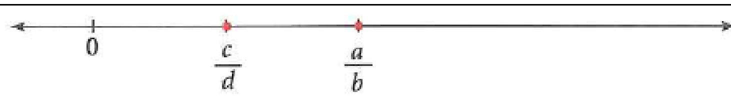
RELACIONES DE ORDEN

FASE INICIAL



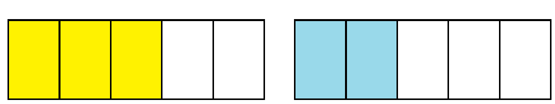
FASE DE ELABORACIÓN

Cuando se comparan dos fracciones, se cumple solo una de las siguientes relaciones:

Afirmación	Relación	Representación
$\frac{a}{b}$ es menor que $\frac{c}{d}$.	$\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$	
$\frac{a}{b}$ es mayor que $\frac{c}{d}$.	$\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$	
$\frac{a}{b}$ es igual que $\frac{c}{d}$. En este caso son fracciones equivalentes.	$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$	

Al comparar dos fracciones se presentan tres casos:

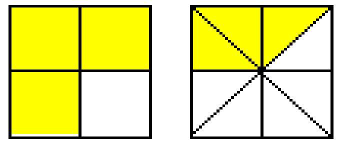
1. **Fracciones con igual denominador:** De dos fracciones que tienen igual denominador, es mayor la que tiene mayor numerador. Así:
   $\frac{3}{5} > \frac{2}{5}$ pues 3 > 2



$$\frac{3}{5} > \frac{2}{5}$$

2. **Fracciones de igual numerador:** De dos fracciones que tienen igual numerador, es mayor la que tiene menor denominador. Así:

$\frac{3}{4} > \frac{3}{8}$ pues 4 < 8



$$\frac{3}{4} > \frac{3}{8}$$

3. **Fracciones con distinto numerador y denominador:** Para determinar cuándo una fracción es mayor o menor que otra, sin necesidad de recurrir a la representación gráfica, es necesario transformar las fracciones en otras equivalentes de igual denominador.

   Para reducir fracciones a igual denominador se procede así:

   - Se busca el m.cm. de los denominadores, que será el nuevo denominador para cada una de las fracciones dadas. Esto garantiza que el denominador buscado sea el más pequeño de todos los denominadores posibles. Así, para las fracciones $\frac{7}{3}$ y $\frac{3}{4}$:

     m.c.m (3, 4) = 12 pues $\begin{array}{r|l} 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$ $\quad$ $\begin{array}{r|l} 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$ $\quad$ 12 es el común denominador

   - Se hallan las fracciones equivalentes de cada una de las fracciones dadas, amplificándolas por el factor correspondiente, de manera que, el denominador de cada una de ellas sea el m.c.m. encontrado. Así,

$$\frac{7 \times 4}{3 \times 4} = \frac{28}{12}\ ;\quad \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12} \quad \text{de donde } \frac{28}{12} > \frac{9}{12}$$

Por lo tanto, $\frac{7}{3} > \frac{3}{4}$.

ACTIVIDAD No. 8

1. Escribe <, > o =, según corresponda, luego representa cada par de fracciones en una misma recta numérica.

   a. $\frac{7}{5} \square \frac{11}{6}$ $\qquad$ d. $\frac{9}{12} \square \frac{3}{4}$

   b. $\frac{72}{13} \square \frac{216}{52}$ $\qquad$ e. $\frac{55}{30} \square \frac{12}{6}$

   c. $\frac{7}{18} \square \frac{56}{96}$ $\qquad$ f. $\frac{2}{7} \square \frac{1}{4}$

2. Busca y encierra todas las fracciones que sean mayores que $\frac{3}{5}$ y que además sean menores que $\frac{8}{7}$ en las fracciones que aparecen a continuación:

$$\frac{5}{6}, \frac{4}{7}, \frac{11}{5}, \frac{7}{10}, \frac{6}{8}, \frac{5}{9}, \frac{4}{6}, \frac{26}{100}, \frac{15}{152}$$

3. Escribir en cada cuadro un número que haga verdadera la expresión.

a. $\frac{5}{9} > \frac{3}{\square}$

b. $\frac{7}{2} < \frac{\square}{8}$

c. $\frac{3}{5} < \frac{\square}{4}$

d. $\frac{5}{9} > \frac{\square}{3}$

e. $\frac{1}{5} < \frac{\square}{5}$

f. $\frac{\square}{6} > \frac{21}{18}$

g. $\frac{5}{\square} > \frac{10}{8}$

h. $\frac{\square}{7} > \frac{12}{21}$

i. $\frac{4}{7} > \frac{1}{\square}$

j. $\frac{7}{9} > \frac{\square}{4}$

k. $\frac{4}{7} > \frac{\square}{21}$

l. $\frac{5}{8} > \frac{\square}{8}$

m. $\frac{4}{3} < \frac{4}{\square}$

n. $\frac{2}{3} < \frac{\square}{2}$

o. $\frac{3}{\square} < \frac{10}{2}$

SOLUCIÓN DE PROBLEMAS

4. Cada color de este tiro al blanco representa un puntaje diferente así: $\frac{1}{4}, \frac{2}{5}, 1, \frac{1}{3}$. Ubica cada fracción en el lugar que corresponda, teniendo en cuenta el puntaje mayor debe quedar en el centro y el menor en el borde.

5. Luisa bebe $\frac{5}{3}$ litros de limonada al día mientras que su hermano bebe $\frac{3}{4}$ litros de jugo de naranja, ¿quién consume más jugo?

6. Carlos estudia $\frac{4}{3}$ de hora al día y su hermana $\frac{15}{6}$ de hora.

a) ¿Cuál de los dos estudia más?
b) Si ambos empiezan a estudiar a las 8:15 a.m., ¿a qué hora termina cada uno?
c) Escribe las cantidades de tiempo en minutos.

7. En el mercado se venden diferentes llaves para múltiples usos. Estas llaves se clasifican dependiendo de su tamaño, el cual se mide con referencia a la pulgada.

a) Ordena de menor a mayor las llaves cuyas medidas son $\frac{11}{16}, \frac{1}{4}, \frac{3}{8}, \frac{1}{2}, \frac{7}{8}$ y 1 pulgada.

b) Establece la medida de una llave que esté entre la de $\frac{11}{16}$ y $\frac{7}{8}$ de pulgada.

8. Cuatro amigas fueron a un restaurante a cenar. Al recibir la cuenta observan que Angélica paga $\frac{1}{10}$, Tania $\frac{2}{5}$, Sofía $\frac{3}{8}$ y Natalia $\frac{1}{8}$. ¿Quién pagó más?

9. Dos participantes en levantamiento de pesas compiten por el primer puesto. Si el primer participante levantó $\frac{241}{2}$ kilogramos y el segundo participante levantó $\frac{364}{3}$ kilogramos. ¿Quién ganó la competencia?

10. Tres amigos deciden realizar una prueba ciclística. La siguiente tabla muestra la distancia recorrida por cada uno en 1 hora.

Nombre	Distancia recorrida
Bibiana	$\frac{31}{2}$ km
Carlos	$\frac{22}{3}$ km
Andrés	$\frac{50}{6}$ km

¿Quién está en la primera posición al cabo de 1 hora?

FASE DE SALIDA

AUTOEVALUACIÓN COMPORTAMENTAL Y ACTITUDINAL

Marcar con una X en la casilla correspondiente al frente de cada ítem y luego realizar el promedio y escribirlo en la casilla del total. Se debe realizar con la máxima sinceridad:

1. Nunca	2. Casi Nunca	3. A veces	4. Casi Siempre	5. Siempre

CRITERIOS	ASPECTOS	1	2	3	4	5
ORDEN Y ASEO	Mantengo en orden y aseo el puesto asignado.					
	Colaboro en el orden y limpieza del aula de clase.					
	Deposito los desechos donde corresponden					
	Me presento ordenado y limpio al aula de clase portando el uniforme en forma adecuada.					
	Llevo mis apuntes, actividades y trabajos de forma clara y ordenada.					
	TOTAL					
RELACIONES INTERPERSONALES	Contribuyo con mi buen comportamiento y disposición al desarrollo de las clases.					
	Soy respetuoso y tolerante con mis compañeros.					
	Demuestro interés y disposición por aprender matemáticas dando aportes que faciliten el aprendizaje personal y del grupo.					
	Expreso mis inquietudes o sugerencias con el debido respeto.					
	Participa en el trabajo en grupo en forma activa y propositiva					
	TOTAL					
RESPONSABILIDAD	Dedico el tiempo suficiente para la realización de actividades y preparación de evaluaciones.					
	Asumo con responsabilidad el desarrollo de las actividades de casa (tareas) propuestas.					
	Me preocupo por estar atento y realizar las actividades de clase en forma diligente, haciendo uso eficiente del tiempo asignado para las mismas.					
	Cuento con los materiales necesarios para el desarrollo de las actividades.					
	Hago uso adecuado del celular para el desarrollo de las actividades de clase.					
	TOTAL					
PUNTUALIDAD	Cumplo con los horarios de clase, ingreso puntual y evito los retardos o salidas antes de finalizar la clase.					
	Presento las excusas correspondientes cuando no asisto a clase.					
	Cumplo con la entrega de las actividades propuestas en los tiempos y con los criterios establecidos por el docente					
	Termino las actividades asignadas para realizar en clase y las presento oportunamente.					
	Cumplo con los compromisos adquiridos para superar mis dificultades.					
	TOTAL					
DISCIPLINA	Cumplo con los pactos de aula establecidos.					
	Presta atención a las explicaciones de clase.					
	Sigue las instrucciones dadas para el trabajo en clase.					
	Evita hablar de temas o hacer comentarios que no tienen relación con la clase					
	Evita el uso de vocabulario no adecuado dentro del aula de clase.					
	TOTAL					