



**INSTITUCIÓN EDUCATIVA DEPARTAMENTAL MONSEÑOR AGUSTÍN GUTIÉRREZ**  
**FÓMEQUE –CUNDINAMARCA**  
**ÁREA DE MATEMÁTICAS 7**  
**2024**



<b>ASIGNATURA</b>	Matemáticas	<b>CURSO</b>	703, 704
<b>DOCENTE</b>	Nilton César Rivero López	<b>PERIODO</b>	SEGUNDO
<b>FECHA DE INICIO</b>	06 de mayo de 2024	<b>FECHA DE TERMINACIÓN</b>	16 de agosto de 2024
<b>COMPETENCIA</b>	<b>COMPETENCIA GENERAL:</b> Justificar estrategias o procedimientos aritméticos realizados en el tratamiento o solución de situaciones problema.		
	<b>Competencia específica:</b> Solucionar situaciones problema que impliquen números enteros utilizando diferentes representaciones, sus operaciones y propiedades.		
<b>DESEMPEÑOS</b>	<b>PARA APRENDER</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Reconoce operaciones y propiedades (adición, sustracción, multiplicación, división, potenciación, radicación), en el conjunto de los números enteros.</li> <li>❖ Identifica y resuelve situaciones relacionadas la multiplicación, división, potenciación y radicación.</li> </ul>	
	<b>PARA HACER</b>	Hace su uso de las diferentes operaciones con los números enteros para resolver problemas en diferentes contextos.	
	<b>PARA SER</b>	Participar de las actividades propuestas con responsabilidad	
	<b>PARA CONVIVIR</b>	Demuestra respeto y valoración por las actividades realizadas por sus compañeros.	
<b>ESTANDAR</b>	Reconozco y generalizo propiedades de las relaciones entre números racionales (simétrica, transitiva, etc.) y de las operaciones entre ellos (modulativa, asociativa, etc.) en diferentes contextos. Justifico procedimientos aritméticos utilizando las relaciones y las propiedades de las operaciones.		
<b>DBA</b>	Comprende y resuelve problemas, que involucran los números racionales con las operaciones (suma, resta, multiplicación, división, potenciación, radicación) en contextos escolares y extraescolares. <b>(DBA 1)</b>		

**PROBLEMAS DE APLICACIÓN Resolución de problemas**

**ACTIVIDAD 1**

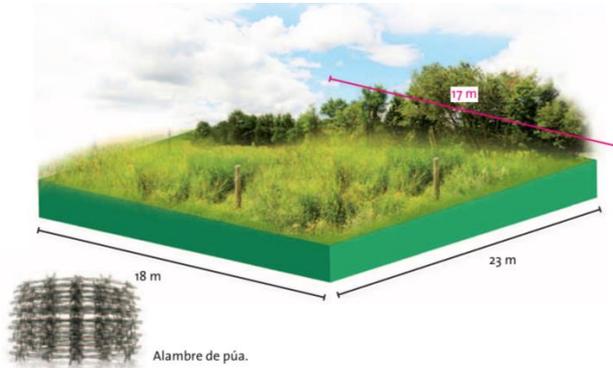
1. La turbo de Alejandro tiene una capacidad para transportar 300 cajas. Si en cada caja se empacan 48 bolsas y hay un total de 16800 bolsas, ¿es posible transportar todas las bolsas en la turbo en un sólo viaje?
2. Un ciclista baja una Montaña a una velocidad de 12 metros por segundo. Si conserva la misma velocidad durante el descenso, ¿cuántos metros habrá descendido en 5 minutos?
3. Se tiene 36 fichas para colocarlas en filas y columnas, de tal forma que no sobre ni falte alguna. ¿De cuántas formas se pueden organizar, las 36 fichas? Hay alguna forma en que se coloque la misma cantidad de filas que de columnas?

4. Hallar las raíces. Ordenarlas las raíces obtenidas de menor a mayor y descubre el nombre del animal oculto

<b>T</b>	<b>P</b>	<b>A</b>	<b>O</b>	<b>I</b>	<b>E</b>	<b>L</b>	<b>N</b>
$\sqrt[4]{625}$	$\sqrt{169}$	$\sqrt[10]{1}$	$\sqrt[3]{729}$	$\sqrt{36}$	$\sqrt{400}$	$\sqrt{49}$	$\sqrt[3]{8}$
=	=	=	=	=	=	=	=

5. La temperatura de una ciudad a las 9:00 a.m. era de 26 °C. Si cada hora que pasa la temperatura aumenta 3 °C, ¿cuál es la temperatura de esta ciudad a las 2:00 p.m.?
6. Un submarino asciende hacia la superficie a una velocidad de 200 metros por minuto. Si el submarino se encuentra a 5 km de profundidad, ¿cuánto tiempo tardará en subir a la superficie?
7. Un estanque (tanque de reserva de agua) se desocupa a razón de 129 litros por hora. Dentro de 6 horas, ¿cuántos litros menos contendrá el estanque?
8. A don José le encargaron construir un depósito de agua de 729 m<sup>3</sup>. ¿Cuánto debe medir la arista o lado del depósito?
9. Don Alberto tiene un cultivo de tomate, el cual inicia su producción. Si en la primera cogida recolecta seis canastillas de tomate, en la segunda cogida recolecta el doble de canastillas de la primera recolectada, en la tercera cogida el doble de la cantidad de la segunda recolectada, si la producción del cultivo en cada cogida es constante ¿cuántas castillas recolectará don Alberto en la sexta recogida?, ¿cuántas canastillas en total recolectará hasta la sexta cogida?
10. En la oficina, Oscar recorre 22 m a la izquierda de su puesto para ir a la fotocopiadora más cercana y 38 m a la derecha para ir a la sección de mensajería. Si Oscar va cinco veces en un día a la fotocopiadora y tres veces a la mensajería, ¿cuántos metros en total recorrió Oscar en el día?
11. Lucía compra cuatro paquetes, si en cada paquete vienen cuatro cajas, cada caja trae cuatro bolsas y en cada bolsa vienen cuatro chokolatinas, ¿cuántas chokolatinas compró Lucía?, si Lucía comprará 12 paquetes, ¿cuántas chokolatinas serían en la compra?
12. Doña Olga hizo un retiro de \$290.000 de su cuenta y le queda un saldo de \$125.000, ¿cuánto dinero tenía antes del retiro?
13. En una huerta escolar a cinco niños se les asignó un surco a cada uno. Cada uno tenía un surco de 5 m y sembraron una semilla de maíz cada 20 centímetros. Algunas semillas no germinaron pero ninguna planta se murió.  
 ¿Qué situaciones podrían anotarse de la huerta escolar que no necesiten medir?, explica tu respuesta.  
 ¿Qué situaciones no cambiaron durante el cultivo?, explica tu respuesta.  
 ¿Todas las plantas marcadas en los diferentes surcos tendrán al mismo tiempo la misma altura?  
 ¿Cuántas semillas se sembraron en un surco?, explica tu respuesta.  
 ¿Una planta siempre tendrá la misma altura?, explica tu respuesta.  
 ¿Todos los surcos cosecharán la misma cantidad de mazorcas?, explica tu respuesta.

14. Doña Carmen tiene un terreno con forma de cuadrilátero irregular que quiere cercar con cuatro hiladas de alambre de púas. Tres de los lados del terreno miden 18 m, 23 m y 17 m (Ver figura).



- ❖ Sabiendo que en una hilada se emplearían 78 m de alambre, plantea una expresión matemática para conocer la medida del cuarto lado y calcula su valor.
- ❖ ¿Cuánto es el total de longitud o metros de alambre que debe comprar?

### Propiedades de la adición de números enteros

En el conjunto de los números enteros, la adición cumple ciertas propiedades, la cuales están descritas en la siguiente tabla.

Propiedad	Definición	Ejemplo
Clausurativa	La adición de dos o más números enteros es otro número entero, en general : $a + b = c$ , donde $c \in \mathbb{Z}$ .	$-5 + 10 = 5$ donde $5 \in \mathbb{Z}$
Conmutativa	En toda adición de números enteros, el orden de los sumandos no altera el resultado, en general: $a + b = b + a$ .	$12 + (-3) = -3 + 12 = 9$
Asociativa	Se pueden asociar los sumandos de distintas formas y el resultado no se altera, en general: $(a + b) + c = a + (b + c) = b + (a + c)$ .	$3 + (6 + (-2)) = (3 + (-2)) + 6 = -2 + (3 + 6) = 7$
Modulativa	Todo número entero sumado con el 0 da como resultado el mismo número entero. En general: $a + 0 = 0 + a = a$ .	$15 * 1 = 1 * 15 = 15$
Invertiva	Todo número entero sumado con su opuesto aditivo da como resultado 0. En general $a + (-a) = -a + a = 0$ .	$7 + (-7) = -7 + 7 = 0$

Tabla 1

### Propiedades de la multiplicación de números enteros

En el conjunto de los números enteros, la multiplicación cumple ciertas propiedades, la cuales están descritas en la siguiente tabla.

Propiedad	Definición	Ejemplo
Clausurativa	La multiplicación de dos o más números enteros es otro número entero, en general: $a * b = c$ , donde $c \in \mathbb{Z}$ .	$-5 * 10 = -50$ donde $-50 \in \mathbb{Z}$
Conmutativa	En toda multiplicación de números enteros, el orden de los factores no altera el resultado, en general: $a * b = b * a$ .	$\begin{array}{c} 5 \times 2 = 2 \times 5 \\ \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\ 10 = 10 \end{array}$
Asociativa	Se pueden asociar los factores de distintas formas y el producto no se altera, en general: $(a * b) * c = a * (b * c) = b * (a * c)$ .	$\begin{array}{c} (3 \times 4) \times 5 = 3 \times (4 \times 5) \\ \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\ 12 \times 5 = 3 \times 20 \\ \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\ 60 = 60 \end{array}$
Elemento neutro	El elemento neutro de la multiplicación es 1, puesto que el producto de un número entero por 1 es el mismo número. En general: $a * 1 = 1 * a = a$ .	$15 * 1 = 1 * 15 = 15$
Elemento nulo	El producto de un número entero por cero es cero, en general $a * 0 = 0 * a = 0$ .	$5 * 0 = 0 * 5 = 0$
Distributiva de la multiplicación con respecto a la adición	La multiplicación de un número por una suma es igual a la suma de los productos de dicho número por cada uno de los sumandos. En general $a * (b + c) = a * b + a * c$	$\begin{array}{c} 5 \times (7 + 4) = 5 \times 7 + 5 \times 4 \\ \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\ 5 \times (11) = 35 + 20 \\ \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\ 55 = 55 \end{array}$

Tabla 2

### PROPIEDADES DE LA POTENCIACIÓN

PROPIEDAD	ESPECIFICACIÓN	EJEMPLO
<b>Producto de potencias de igual base</b>	Para multiplicar dos o más potencias con igual base, se deja la misma base y se suman los exponentes.	$(-2)^4 * (-2)^6 = (-2)^{4+6} = (-2)^{10} = 1024$ $5^2 * 5^4 * 5 = 5^{2+4+1} = 5^7 = 78125$
<b>Cociente de potencias de igual base</b>	Para dividir dos potencias con igual base, se deja la misma base y se restan los exponentes.	$3^8 \div 3^5 = 3^{8-5} = 3^3 = 27$ $(-4)^{11} \div (-4)^9 = (-4)^{11-9} = (-4)^2 = -16$
<b>Potencia de una potencia</b>	Para determinar el resultado de una potencia elevada a un exponente, se deja la misma base y se multiplican los exponentes.	$(6^2)^4 = 6^{2*4} = 6^8 = 1679616$ $((-2)^3)^4 = (-2)^{3*4} = (-2)^{12} = 4096$
<b>Producto de potencias con el mismo exponente</b>	El resultado del producto de dos enteros elevados a un exponente es el producto de las potencias de cada uno de los factores.	$(4 * 3)^2 = 4^2 * 3^2 = 16 * 9 = 144$ <p><b>es igual a</b> <math>(4 * 3)^2 = 12^2 = 144</math></p>
<b>cociente de potencias con el mismo exponente</b>	El resultado del cociente de dos enteros elevados a un exponente es el cociente de las potencias de cada uno de los factores.	$\left(\frac{6}{3}\right)^2 = \frac{6^2}{3^2} = \frac{36}{9} = 4$
<b>Exponente cero</b>	Todo numero o expresión diferente de cero elevado al exponente cero es igual a la unidad(1)	$3^0 = 1$ $(-64)^0 = 1$

Tabla 3

## SIGNOS DE LA POTENCIACIÓN

El signo de la potencia depende del signo de la base y si el exponente es **PAR** o **IMPAR**

BASE	EXPONENTE	POTENCIA
POSITIVA <b>+</b>	Par	<b>+</b>
	Impar	
NEGATIVA <b>-</b>	Par	<b>+</b>
	Impar	<b>-</b>

## PROPIEDADES DE LA RADICACIÓN

Raíz de un número	$\sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$	$\sqrt{36} = 6^{\frac{2}{2}} = 6$
Raíz de un producto	$\sqrt[n]{a} * \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a * b}$	$\sqrt[3]{32} * \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{32 * 2} = \sqrt[3]{64} = 4$
Potencia de un radical con el mismo índice	$\sqrt[n]{a} * \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a * b}$	$(\sqrt[4]{5})^8 = \sqrt[4]{5^8} = 5^{\frac{8}{4}} = 5^2 = 25$
División de radicales con el mismo índice	$\sqrt[n]{a} \div \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$	$\sqrt[3]{48} \div \sqrt[3]{6} = \sqrt[3]{\frac{48}{6}} = \sqrt[3]{8} = 2$

Tabla 4

## ECUACIONES



### Igualdades y ecuaciones

Las igualdades pueden ser numéricas, si solamente comparan números relacionados mediante las operaciones, o algebraicas, si comparan expresiones que involucran números y letras.

De acuerdo con lo anterior, la igualdad  $3 + 7 = 10$  es numérica, mientras que la igualdad  $k - 9 = 11$  es algebraica.

**Las ecuaciones** son igualdades algebraicas que, al sustituir las letras por ciertos valores, se convierten en igualdades numéricas.

**Las soluciones de una ecuación** son los valores que pueden tomar las incógnitas, de manera que al sustituirlos en la ecuación se satisface la igualdad.

Una **ecuación de estructura aditiva** se caracteriza porque su operación principal es una adición o una sustracción. Estas ecuaciones son de la forma:  $x + a = b$  o  $x - a = b$

La letra  $x$  es la incógnita de la ecuación.

**La propiedad uniforme** (de las igualdades) establece que si en ambos miembros de una igualdad se suma un mismo número (cantidad negativa o positiva), la igualdad se mantiene.

### Ejemplo 1

Resuelve la ecuación  $5 + k = 12$ , es una ecuación aditiva, observa el proceso de solución

$$5 + k = 12$$

$$5 + (-5) + k = 12 + (-5) \leftarrow \text{Se suma el opuesto de 5 en ambos lados de la ecuación.}$$

$$0 + k = 7 \leftarrow \text{Se aplica la propiedad invertiva de la adición, se resuelve } 12 + (-5)$$

$$k = 7 \leftarrow \text{Se aplica la propiedad modulativa y se obtiene el valor de la incógnita.}$$

**Comprobación**, para verificar que el valor determinado hace que se cumpla la ecuación.

$$5 + k = 12$$

$$5 + (7) = 12 \leftarrow \text{Se reemplaza la variable por el valor determinado.}$$

$$12 = 12 \text{ Se cumple la igualdad.}$$

### Ejemplo 2

Resuelve la ecuación  $y - 6 = 18$ , es una ecuación aditiva, observa el proceso de solución

$$y - 6 = 18$$

$$y - 6 + (6) = 18 + (6) \leftarrow \text{Se suma el opuesto de - 6 en ambos lados de la ecuación.}$$

$$y + 0 = 24 \leftarrow \text{Se aplica la propiedad invertiva de la adición, se calcula el resultado de } 18 + (6)$$

$$y = 24 \leftarrow \text{Se aplica la propiedad modulativa y se obtiene el valor de la incógnita.}$$

**Comprobación**, para verificar que el valor determinado hace que se cumpla la ecuación.

$$y - 6 = 18$$

$$24 - (6) = 18 \leftarrow \text{Se reemplaza la variable por el valor determinado.}$$

$$18 = 18 \text{ Se cumple la igualdad.}$$

**Las ecuaciones de estructura multiplicativa** se caracterizan porque su operación principal es una multiplicación o una división.

Son de la forma:  $a * x = b$ ,  $x \div a = b$ , donde  $x$  es la incógnita de la ecuación.

Al resolver ecuaciones con estructuras multiplicativas, se debe tener presente:

**Dividendo = cociente por divisor más residuo**

### **Ejemplo 3**

Resuelve la ecuación  $4m + 16 = 24$

$$4m + 16 = 24$$

$$4m + 16 + (-16) = 24 + (-16) \leftarrow \text{Se suma el opuesto de 16 en ambos lados de la ecuación.}$$

$$4m + 0 = 8 \leftarrow \text{Se aplica la propiedad invertiva de la adición, se calcula el resultado de } 24 + (-16)$$

$$4m = 8$$

$$4m * \frac{1}{4} = 8 * \frac{1}{4} \leftarrow \text{Se multiplica por el inverso multiplicativo del coeficiente de m o se divide por 4 a ambos lados de la ecuación}$$

$$m = 2$$

Para verificar que el valor  $m = 2$  es la solución de la ecuación, se reemplaza en la expresión original. Por lo tanto:

$$4m + 16 = 24$$

$$4(2) + 16 = 24$$

$$8 + 16 = 24$$

$24 = 24$  Por lo tanto 2 es la solución de la ecuación.

### **Ejemplo 4**

Un bebé recién nacido tiene 300 huesos. Esto es, 94 más que en la edad adulta, cuando algunos se fusionan.

Para calcular la cantidad de huesos que tiene un adulto, se puede modelar la situación mediante una ecuación de primer grado con una incógnita. Entonces:

Si  $x$  representa la cantidad de huesos de un adulto,  $x + 94 = 300$ .

El proceso para resolver la ecuación es el siguiente:

$$x + 94 = 300$$

$$x + 94 + (-94) = 300 + (-94) \leftarrow \text{Se suma el opuesto de 94 en ambos lados de la ecuación.}$$

$$x + 0 = 206 \leftarrow \text{Se aplica la propiedad invertiva de la adición y se efectúa las operaciones indicadas}$$

$$x = 206$$

Para verificar que el valor  $x = 206$  es la solución de la ecuación, se reemplaza en la expresión original. Por lo tanto:

$$x + 94 = 300$$

$$206 + 94 = 300$$

$$300 = 300$$

Por lo tanto, un adulto tiene 206 huesos.

### Ejemplo 5

En una cancha de voleibol como la que se muestra en la Figura 2, la medida del ancho es 9 m; esta medida equivale a la sexta parte del perímetro  $x$ .

La relación entre el perímetro  $x$  de una cancha de voleibol y la medida del ancho se puede representar mediante una ecuación de primer grado con una incógnita. Así:  $\frac{1}{6}x = 9$

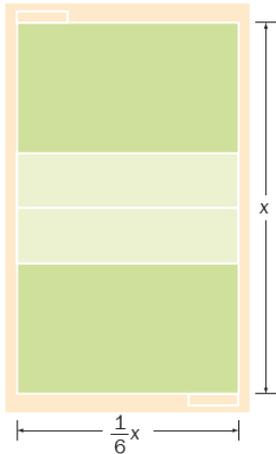


Figura 2

$\frac{1}{6}x = 9$ , donde  $x$  es el perímetro de la cancha y 9 es la medida del ancho

$\frac{1}{6}x * (6) = 9 * (6)$  ← Se multiplica por 6, inverso multiplicativo

$x = 54$  ← Se realiza el despeje y operaciones indicadas

El perímetro de la cancha es igual a 54 metros.

## ACTIVIDAD 2

### Ejercitación

1. Resuelve cada ecuación y comprueba su resultado. **Recuerda escribir el proceso de solución.**

- a.  $n + 15 = 24$
- b.  $-7 + x = 18$
- c.  $3k - 5 = -32$
- d.  $5x - 12 = 53$
- e.  $-6y - 3 = 9 - 8$

### Comunicación

2. Indica si el resultado de las siguientes operaciones es correcto (C) o incorrecto (I) **justifica tus respuestas.**

- a.  $3x + 5 = 8x$  ( )
- b.  $y + y = 2y$  ( )
- c. En el proceso de solución de una ecuación se utiliza el opuesto. ( )
- d. Toda igualdad es una ecuación. ( )
- e. Una igualdad tiene variables (incógnitas) ( )

3. Para cada enunciado, escribe una expresión o ecuación que lo represente.

- a. Un número  $n$  disminuido en cuatro es igual a quince.
- b. Un número aumentado en nueve es igual a veintidós.
- c. El triple del número  $j$  aumentado en cinco es igual a cuarenta y uno.

4. Escribe en forma verbal (palabra) las siguientes ecuaciones.

- a.  $m - 6 = 14$
- b.  $3 - k = 15$
- c.  $2d + 9 = 37$
- d.  $3y - 5 = 55$

### Resolución de problemas

5. Plantea una ecuación que modele cada problema y resuelve. **Recuerda escribir el proceso de solución.**

- f. Un número menos veinte es igual a ocho. ¿Cuál es el número?
- g. El perímetro de un lote es igual a sesenta metros, si el ancho es el doble del largo, ¿Cuáles son las medidas del lote?

6. Supón que las dos balanzas están equilibradas

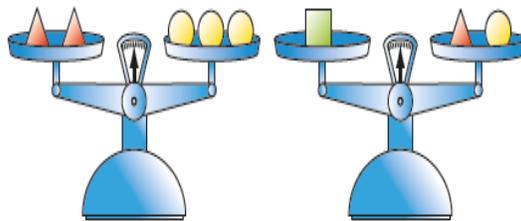


Figura 3

¿Cuántas bolas equilibran la tercera balanza (figura 4). **Justifica tu respuesta**

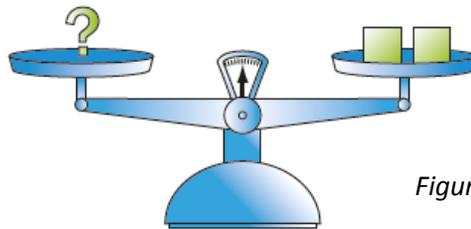
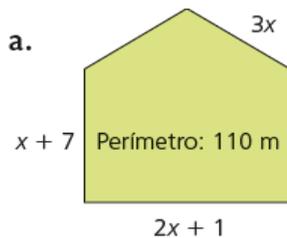


Figura 4

### Evaluación del aprendizaje

7. Plantea la ecuación y halla las dimensiones de cada figura. **Realiza el proceso de solución.**



8. Proponer tres ejemplos de ecuaciones y resuélvelas. Recuerda escribir el proceso de solución.

## NÚMEROS RACIONALES ( $\mathbb{Q}$ )

Es un conjunto infinito, ordenado y denso, donde todos los números se pueden escribir como fracción, es decir:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \text{ y } b \text{ son números enteros, y } b \text{ es distinto de cero} \right\} \quad a = \text{Numerador} \quad b = \text{denominador}$$

**Ejemplos** son números racionales **3; 6; 0; -5; -48; 0,25;  $\frac{2}{3}$ ;  $-\frac{15}{4}$ ; 3,846; -76,4567**

**$\frac{16}{0}$  no es un número racional, "Todo número entero es racional"**

### Fracciones equivalente

Se denominan fracciones equivalentes aquellas fracciones que representan la misma cantidad o parte del todo. En general,  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  si y solo si  $a * d = b * c$ .

#### Ejemplo 2

$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{10}{15}$  son fracciones equivalentes.

Las fracciones equivalentes de una fracción se obtienen amplificando o simplificando la fracción dada.

### Amplificación de una fracción

Para amplificar una fracción se multiplica tanto el numerador como el denominador por un factor común.

#### Ejemplo 3

Amplifica tres veces el racional  $\frac{4}{7}$

Observar el proceso de solución

$$\frac{4}{7} * \frac{2}{2} = \frac{8}{14}$$

$$\frac{4}{7} * \frac{5}{5} = \frac{20}{35}$$

$$\frac{4}{7} * \frac{8}{8} = \frac{32}{56}$$

De lo anterior podemos afirmar que:  $\frac{4}{7}$  es equivalente con  $\frac{8}{14}$ ;  $\frac{20}{35}$ ;  $\frac{32}{56}$

### Simplificación de una fracción

Para simplificar una fracción, se dividen tanto el numerador como el denominador por un divisor común.

#### Ejemplo 4

Simplifica la siguiente fracción  $\frac{36}{45}$

Observa el proceso de solución

$$\frac{36}{60} \div \frac{2}{2} = \frac{18}{30} \div \frac{2}{2} = \frac{9}{15} \div \frac{3}{3} = \frac{3}{5}$$

### Fracción irreducible

Se denominan fracciones irreducibles aquellas fracciones en las que el máximo común divisor entre el numerador y el denominador es 1; o, de otra forma, aquellas que están simplificadas al máximo.

#### Ejemplo 5

Determina la fracción irreducible de la fracción  $\frac{54}{72}$

Observa el proceso de solución

$$\frac{54}{72} \div \frac{2}{2} = \frac{27}{36} \div \frac{3}{3} = \frac{9}{12} \div \frac{3}{3} = \frac{3}{4}$$

Por lo tanto, la fracción irreducible de  $\frac{54}{72}$  es  $\frac{3}{4}$

## Representación de un número racional de forma geométrica

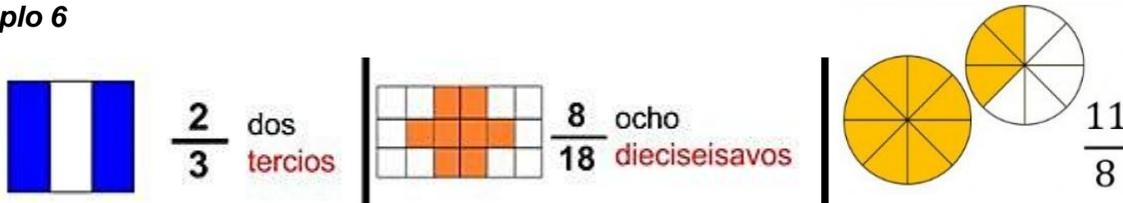
### Números fraccionarios

Cuando se divide una unidad, (una casa, una hoja, un lápiz, una torta, entre otras), en cierto **número de partes iguales**, cada una de dichas partes se llama unidad fraccionaria, y el número formado por una o varias unidades fraccionarias, se llama número fraccionario o quebrado.

Los números fraccionarios se escriben de la forma  $\frac{a}{b}$

**$a$  Numerador**      *Las partes tomadas, seleccionadas o coloreadas*  
 **$b$  Denominador**      *Las partes en las cuales se divide la unidad*

### Ejemplo 6



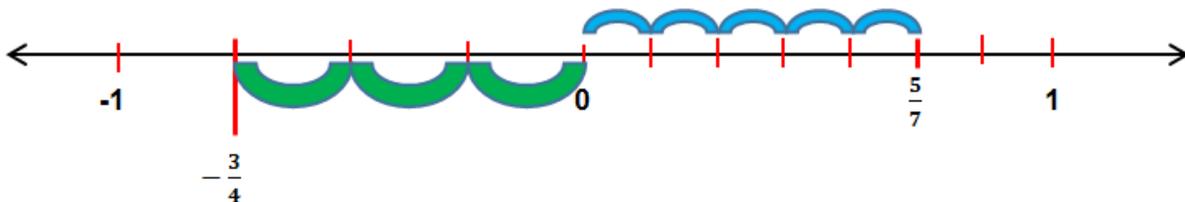
## Representación de un número racional en la recta numérica

Primero trazamos una recta, ubicamos en ella las unidades necesarias las cuales deben de estar equidistantes, luego cada unidad la dividimos por las partes que indica el denominador y tomamos las partes que indica el numerador, siempre partiendo desde cero. Si el racional es negativo estará ubicado a la izquierda de cero y si es positivo estará ubicado a la derecha de cero.

### Ejemplo 7

Representar en la recta numérica las siguientes fracciones  $-\frac{3}{4}$  y  $\frac{5}{7}$

Observa el proceso de solución



### Actividad 3

1. Realiza 4 ampliaciones de cada una de las fracciones. **Recuerda escribir el proceso de solución.**

a.  $\frac{7}{5}$

b.  $-\frac{13}{9}$

c.  $\frac{4}{15}$

2. Simplifica cada una de las siguientes fracciones y hallar la fracción irreducible. **Recuerda escribir el proceso de solución.**

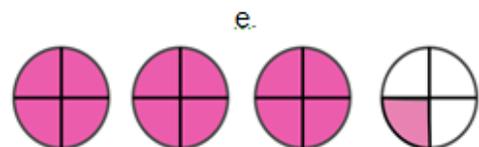
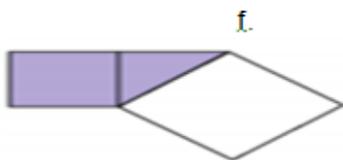
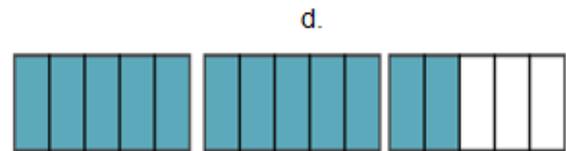
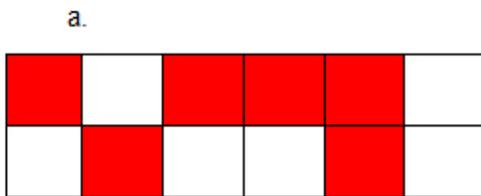
a.  $\frac{140}{70}$

c.  $-\frac{46}{92}$

b.  $\frac{44}{16}$

d.  $\frac{54}{90}$

3. Identificar el número racional representado.



4. Escribir un conjunto de fracciones equivalentes para cada número racional. **Escribe el proceso realizado para determinar cada fracción equivalente o justificación para ello.**

a.  $\left\{ \frac{4}{10}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}} \right\}$

b.  $\left\{ \frac{11}{8}; \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}} \right\}$

c.  $\left\{ \frac{24}{3}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}} \right\}$

d.  $\left\{ \frac{17}{14}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}} \right\}$

5. Representar gráficamente los siguientes números fraccionarios.

A.  $\frac{9}{14}$

D.  $\frac{26}{9}$

B.  $\frac{7}{15}$

E.  $-\frac{18}{4}$

C.  $\frac{38}{10}$

F.  $-\frac{3}{10}$

6. Ubicar en la recta numérica los siguientes números racionales.

a.  $\frac{5}{12}$

c.  $\frac{19}{7}$

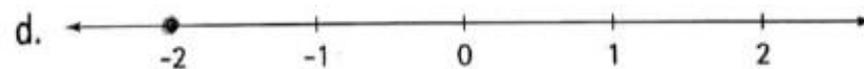
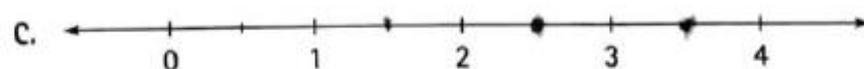
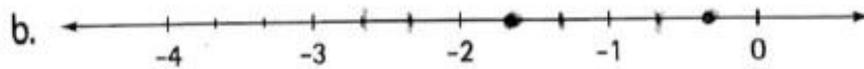
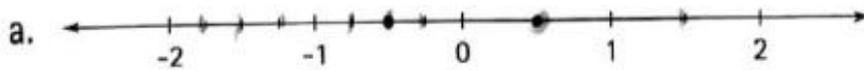
e.  $\frac{36}{9}$

b.  $-\frac{4}{12}$

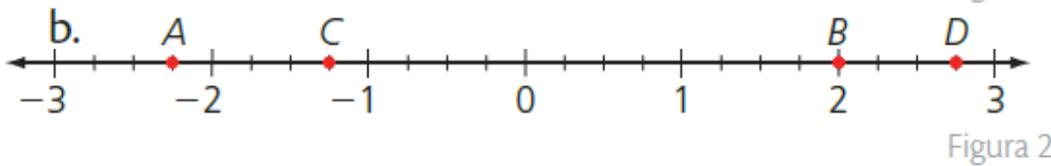
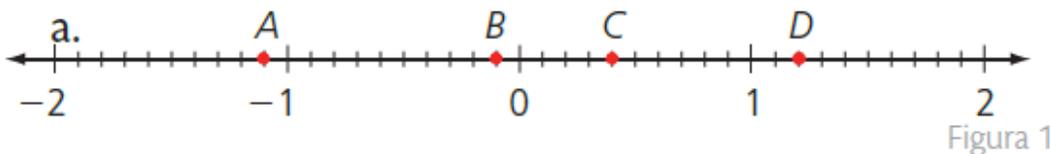
d.  $-\frac{51}{6}$

f.  $\frac{3}{4}$

7. Escribe el racional que corresponde a cada punto.



8. Identifica el número racional correspondiente a cada letra ubicada en las siguientes rectas numéricas.



## DESCOMPOSICIÓN EN FACTORES PRIMOS

### Factores primos

Al considerar un grupo de factores del número 12, como el 2 y el 6, se tiene que el primero es primo, pero el segundo no. Sin embargo, el 6 a su vez se puede expresar como el producto entre 2 y 3, que sí son números primos. Por lo tanto:

$$12 = 2 * 2 * 3 = 2^2 * 3$$

↑                    ↑                    ↑  
Número            Factores primos            Expresión corta

**Un número es primo** cuando tiene solo dos divisores: la unidad y sí mismo.

La expresión de un número como producto de sus factores primos se llama **descomposición en factores primos**, en esta descomposición como su nombre lo indica sólo debe ser el producto de números o factores primos, no debe haber números compuestos en este producto.

Por organización y presentación es mejor seguir un orden de menor a mayor en la descomposición, es decir, que divida cuantas veces sea necesario por dos (extraer mitad) si es posible, luego dividir por tres (extraer tercera) si es posible y así sucesivamente.

### Descomposición de un número en factores primos

Para descomponer un número en producto de factores primos se siguen estos pasos:

Se escribe el número a la izquierda de una raya vertical (actúa como "ventana" de división) y a su derecha el menor número primo (2, 3, 5, 7, 11, 13, ...) por el cual dicho número sea divisible. El cociente obtenido se coloca debajo del número propuesto.

Se procede como en el paso anterior con el cociente obtenido, y así sucesivamente hasta llegar a un cociente igual a 1.

Entonces, el número es igual al producto de los factores primos entre los que se dividió

### Ejemplo 1

Descomponer el número 90 en factores primos.

Observa el proceso de descomposición en factores primos:

División	Factores	Descomposición
$\begin{array}{r} 90 \overline{) 2} \\ 10 \phantom{0} \\ \hline 0 \end{array}$	$90 = 2 \times 45$	$\begin{array}{r} 90 \overline{) 2} \\ 45 \phantom{0} \\ \hline 15 \phantom{0} \\ \hline 5 \phantom{0} \\ \hline 1 \end{array}$
$\begin{array}{r} 45 \overline{) 3} \\ 15 \phantom{0} \\ \hline 0 \end{array}$	$45 = 3 \times 15$	
$\begin{array}{r} 15 \overline{) 3} \\ 0 \phantom{0} \\ \hline 0 \end{array}$	$15 = 3 \times 5$	
$\begin{array}{r} 5 \overline{) 5} \\ 0 \phantom{0} \\ \hline 0 \end{array}$	$5 = 5 \times 1$	

Por lo tanto, la descomposición en factores primos de 90 es  $2 \times 3^2 \times 5$

### Ejemplo 2

Descomponer el número 250 en factores primos.

Observa el proceso de descomposición en factores primos:

**250** **2** ← Divido el 250 por el menor número primo posible, 2 porque 250 es un número par.

**125** **5** ← Divido el cociente (125) por su menor divisor primo 5 porque termina en 5, **por 2 no porque 125 no es un número par, tampoco por 3 porque la suma de sus dígitos no es múltiplo de 3**

**25** **5** ← Divido el cociente (25) por su menor divisor primo.

**5** **5** ← Divido el cociente (5) por su menor divisor primo.

**1**

**$250 = 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 2 \cdot 5^3$**

### Máximo común divisor (M.C.D.)

El mayor de los divisores comunes de dos o más números naturales se llama máximo común divisor. Se designa con la expresión m.c.d. o M.C.D.

### Ejemplo 3

Hallar el M.C.D de 12, 16 y 20.

Para hallar el M.C.D de 12, 16 y 20, primero se descomponen los números en sus factores primos. Puede ser por descomposición simultánea, Es decir:

12	16	20	2
6	8	10	2
3	4	5	2
3	2	5	2
3	1	5	3
1		5	5
		1	

Se diferencian o identifican aquellos divisores comunes en este caso para las tres cantidades 12, 16 y 20, siendo ellos dos veces el 2, que multiplicamos entre si, por lo tanto el M.C.D (12, 16, 20) =  $2 * 2 = 4$

Otra forma es realizar la descomposición en factores primos de las cantidades de forma individual.

12	2
6	2
3	3
1	

$$12 = 2^2 * 3$$

16	2
8	2
4	2
2	2
1	

$$16 = 2^4$$

20	2
10	2
5	5
1	

$$20 = 2^2 * 5$$

Luego, se toman todos los factores comunes elevados al menor exponente. En este caso, los factores que tienen en común los tres números es el 2 dos veces o  $2^2$ .

Por lo tanto, el m.c.d. (12, 16, 20) =  $2 * 2 = 2^2 = 4$ .

#### Ejemplo 4

David tiene 48 dulces para repartir y Daniel tiene 30 chokolatinas. Si desean regalar los dulces y las chokolatinas a sus respectivos familiares de modo que le regalen a la misma cantidad de familiares y que sea la mayor posible, ¿Cuántos dulces y chokolatinas repartirán a cada familiar? ¿A cuántos familiares regalarán dulces y chokolatinas Daniel y David? Solución: descomponer las cantidades

48	2
24	2
12	2
6	2
3	3
1	

$$48 = 2 * 2 * 2 * 2 * 3 = 2^4 * 3$$

30	2
15	3
5	5
1	

$$30 = 2 * 3 * 5$$

Los divisores o factores comunes (elevados al menor exponentes) de 48 y 30 los cuales son 2 y 3 por lo tanto, el M.C.D(48, 30) =  $2 * 3 = 6$

David y Daniel le regalarán dulces y chokolatinas a 6 de sus familiares.

Para dar respuesta a la pregunta ¿Cuántos dulces repartirán a cada familiar?

Se procede dividiendo cada cantidad que tienen David y Daniel por el M.C.D. entonces tenemos:

$$48 \div 6 = 8 \text{ dulces para cada familiar}$$

$$30 \div 6 = 5 \text{ chokolatinas para cada familiar}$$

A cada familiar David y Daniel le regalarán 8 dulces y 5 chokolatinas.

## Mínimo común Múltiplo (m. c. m.)

El menor de los múltiplos comunes, diferente de cero, de dos o más números naturales se llama mínimo común múltiplo y se abrevia con la expresión m.c.m.

### Ejemplo 5

Hallar el m.c.m de 12, 16 y 20.

Para hallar el m.c.m. de 12, 16 y 20, primero se descomponen los números en sus factores primos.

Puede ser por descomposición simultánea, Es decir:

12	16	20	2
6	8	10	2
3	4	5	2
3	2	5	2
3	1	5	3
1		5	5
		1	

Se toman los factores comunes y no comunes de los números de las tres cantidades 12, 16 y 20, siendo ellos  $2^4 * 3 * 5$ , que multiplicamos entre sí, por lo tanto,

$$\text{el m.c.m. } (12, 16, 20) = 2 * 2 * 2 * 2 * 3 * 5 = 2^4 * 3 * 5 = 16 * 3 * 5 = 240$$

Otra forma es realizar la descomposición en factores primos de las cantidades de forma individual.

$$\begin{array}{l|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$12 = 2^2 * 3$$

$$\begin{array}{l|l} 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$$16 = 2^4$$

$$\begin{array}{l|l} 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$20 = 2^2 * 5$$

Después, se toman los factores comunes y no comunes de los números elevados al mayor exponente. En este caso son:  $2^4 * 3 * 5$ . Por lo tanto, el m.c.m.  $(12, 16, 20) = 2^4 * 3 * 5 = 16 * 3 * 5 = 240$ .

### Ejemplo 6

Don Daniel, tiene dos cultivos uno de tomate y el otro de pepino, los cuales están iniciando cosecha, el Tomate lo recolectará cada 6 días y el Pepino cada 8 días, Don Daniel desea saber ¿Cada cuánto se le cruza la recolecta de sus cultivos?, si hoy 25 de julio don Daniel hace recolecta de sus cultivos, ¿Cuáles son las dos próximas fechas en que vuelve a recolectar ambos cultivos?

Solución: Se descomponen las cantidades, se hará de forma simultánea

6	8	2
3	4	2
3	2	2
3	1	3
1		

$$m.c.m(6, 8) = 2 * 2 * 2 * 3 = 2^3 * 3 = 8 * 3 = 24$$

Por lo tanto, se le cruza la recolectada de ambos cultivos cada 24 días.

Para dar respuesta a la pregunta ¿Cuáles son las dos próximas fechas en que vuelve a recolectar ambos cultivos?, se procede así: Se cuenta 24 días a partir de la fecha teniendo en cuenta el número de días de los próximos meses, julio tiene 31 días y agosto 31 días. 15 julio más 24 días = 08 de agosto, 08 de agosto más 24 días = 01 de septiembre Las próximas dos fechas que vuelven a recolectar ambos cultivos son: 08 de agosto y 01 de septiembre

#### ACTIVIDAD 4

- Descomponer en factores primos las siguientes cantidades, debe realizar el proceso de solución.
  - 120
  - 350
  - 48
  - 1260
  - 770
- Hallar el M.C.D. de cada grupo de números dado. Escribe el proceso de solución.
  - 36 y 60
  - 90, 75 y 45
  - 16 y 40
- Hallar el m.c.m. de cada grupo de números dado. Escribe el proceso de solución.
  - 10, 8 y 12
  - 16, 15 y 20
  - 6 y 14
  - 30 y 65
- Completa la tabla 1, expresando cada cantidad en descomposición de factores primos y viceversa. Escribe el proceso de solución realizado.

Cantidad	27		125		54	
Descomposición		$2^2 * 3^3$		$3 * 5^2$		$3^2 * 5 * 7$

Tabla 1

- Identifica y explica el error o los errores que se cometieron en el desarrollo de cada descomposición en factores primos, justifica porque es un error.
  - |    |  |   |
|----|--|---|
| 72 |  | 2 |
| 36 |  | 2 |
| 18 |  | 2 |
| 9  |  | 9 |
| 1  |  |   |

50		2
25		2
12		6
2		2
1		
- A mi hermanito menor le deben dar unos medicamentos como tratamiento para mejorar su salud. Para la fiebre se le debe administrar medicamento cada 4 horas; el antibiótico para la infección cada 8 horas, y los probióticos, cada 6 horas. Si hoy a las 2 p.m. mi mamá le dio a mí hermanito los tres medicamentos, ¿Dentro de cuántas horas coincidirá la administración de los medicamentos por primera vez?. Escribe proceso de solución realizado.

7. Determina, en cada caso, si la afirmación es verdadera (V) o falsa (F), explica tus respuestas.
- Un número primo es aquel que tiene por lo menos tres divisores. ( )
  - El M.C.D de 10 y 15 es el 5. ( )
  - El m.c.m. de 8 y 6 es igual a 24. ( )
  - Una cantidad o número puede tener dos descomposiciones en factores primos diferentes. ( )
  - La descomposición en factores primos de 52 es el 2 por 5. ( )
  - Los números impares son primos. ( )
8. Un granjero a recogido de sus gallinas 204 huevos rojos y 156 huevos blancos, quiere empacarlos con la mayor cantidad de huevos posible y con el mismo número sin mezclarlos en una cubeta, ¿Cuántos huevos debe colocar en cada cubeta?, ¿Cuántas cubetas necesita el granjero para esto?, Escribe proceso de solución realizado.
9. En el fruver de David hay una caja con 36 naranjas y otra con 54 mangos. David quiere distribuir las frutas en cajas más pequeñas de forma que:
- ❖ Todas las cajas tengan el mismo número de frutas,
  - ❖ Cada caja sólo puede tener naranjas o mangos y
  - ❖ las cajas deben ser lo más grande posible.
- ¿Cuántas frutas debe haber en cada caja?
10. César y Yury salen a correr alrededor del parque Simón Bolívar en Bogotá. Yury tarda 24 minutos en dar una vuelta completa, y César 16 minutos. Cuando coincidan por primera vez en la salida, después del inicio de su entrenamiento, ¿Cuántas vueltas habrá dado cada uno?

## OPERACIONES CON NÚMEROS RACIONALES

### Adición de números racionales

En la adición de números racionales se pueden presentar dos casos o formas, los cuales son: que se adiciones racionales con igual denominador llamados **homogéneos** y que se adiciones racionales con diferente denominador llamados **heterogéneos**.

Para sumar dos números racionales con el mismo denominador, se suman los numeradores y se mantiene el mismo denominador.

#### **Ejemplo 1**

Calcular  $\frac{7}{4} + \frac{3}{4}$

Observa el proceso de solución.

- Se suman los numeradores y el resultado es el numerador de la fracción suma.

$$\frac{7}{4} + \frac{3}{4} = \frac{7+3}{4} = \frac{10}{4}$$

- Se deja el mismo denominador, que será el denominador de la fracción suma.

$$\frac{7}{4} + \frac{3}{4} = \frac{7+3}{4} = \frac{10}{4} \text{ simplificando tenemos } \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

Por lo tanto,  $\frac{7}{4} + \frac{3}{4} = \frac{5}{2}$

**Para sumar dos números racionales con diferente denominador**, se buscan fracciones equivalentes a los números racionales dados, que tengan el mismo denominador; luego se adicionan las fracciones equivalentes obtenidas como en el caso anterior. También podemos aplicar el método de la mariposa como estrategia para dar solución a la adición de dos números racionales y si se va a sumar tres o más números racionales podemos aplicar un método cruzado. Es de recordar que en estos dos últimos métodos se multiplica antes de realizar la adición.

**Ejemplo 2**

Calcular la adición de  $\frac{2}{8} + \frac{1}{3}$

Observa el procedimiento de solución

1. Se hallan racionales equivalentes a los dados, amplificando cada fracción, cuyo denominador es el mínimo común múltiplo de los denominadores, que en este caso es 24.

$$\frac{2}{8} * \frac{3}{3} = \frac{6}{24} \quad y \quad \frac{1}{3} * \frac{8}{8} = \frac{8}{24}$$

2. Se suman las fracciones obtenidas.

$$\frac{6}{24} + \frac{8}{24} = \frac{6+8}{24} = \frac{14}{24} = \frac{7}{12}$$

Por lo tanto,  $\frac{2}{8} + \frac{1}{3} = \frac{7}{12}$

**Ejemplo 3** Método de la mariposa

**SUMA DE FRACCIONES**  
**MÉTODO DE LA MARIPOSA**

Salvatiz

Se multiplica los números en la ala azul y el producto se coloca en la antena azul.

Se multiplica los números en la ala roja y el producto se coloca en la antena roja.

Se multiplican los denominadores para encontrar el común denominador.

Se simplifica el resultado cuando sea posible.

$$\frac{2}{3} + \frac{5}{7} = \frac{14 + 15}{21} = \frac{29}{21}$$

#### Ejemplo 4 Método cruzado

Calcular  $\frac{3}{5} + \frac{1}{4} + \frac{7}{6}$

Observa el procedimiento realizado.

1. Se identifica el numerador cada fracción y se multiplica por los otros denominadores.

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{4} + \frac{7}{6} = \frac{(3 * 4 * 6) + (1 * 5 * 6) + (7 * 5 * 4)}{5 * 4 * 6}$$

2. Se multiplican los denominadores.

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{4} + \frac{7}{6} = \frac{(3 * 4 * 6) + (1 * 5 * 6) + (7 * 5 * 4)}{(5 * 4 * 6)}$$

3. Se resuelven las multiplicaciones.

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{4} + \frac{7}{6} = \frac{(3 * 4 * 6) + (1 * 5 * 6) + (7 * 5 * 4)}{(5 * 4 * 6)} = \frac{72 + 30 + 140}{120}$$

4. Se suman los resultados en el numerador.

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{4} + \frac{7}{6} = \frac{(3 * 4 * 6) + (1 * 5 * 6) + (7 * 5 * 4)}{(5 * 4 * 6)} = \frac{72 + 30 + 140}{120} = \frac{242}{120}$$

5. Se simplifica el resultado cuando es posible.

$$\frac{242}{120} = \frac{121}{60}$$

Por lo tanto,  $\frac{3}{5} + \frac{1}{4} + \frac{7}{6} = \frac{121}{60}$

#### Ejemplo 5

María preparó arroz con leche. Ella usó la media libra que había en una bolsa y el cuarto de libra que quedó en otra. Para saber cuánto arroz usó, ella suma así:



**Observa el proceso de solución.**

$$\frac{1}{2} * \frac{2}{2} = \frac{2}{4} \text{ para tener fracciones homogéneas}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2+1}{4} = \frac{3}{4}$$

María gastó  $\frac{3}{4}$  de libra para la preparación del arroz con leche.

## Ejemplo 6

Verificar la propiedad asociativa de la adición, mediante la resolución del siguiente problema.

De los estudiantes de un colegio  $\frac{1}{3}$  solo practica fútbol,  $\frac{2}{7}$  solo practica baloncesto y  $\frac{1}{5}$  solo practica voleibol. ¿Qué fracción de los estudiantes del colegio representa la cantidad de estudiantes que juegan solo uno de estos tres deportes?

Primero, se halla el mcm de los denominadores. En este caso,  $\text{mcm}(3, 5, 7) = 105$ .

Luego, para verificar la propiedad asociativa se plantea la suma de las tres fracciones y se resuelve agrupando los sumandos de formas diferentes, así:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{7}\right) + \frac{1}{5} \\ &= \left(\frac{35}{105} + \frac{30}{105}\right) + \frac{21}{105} \\ &= \left(\frac{65}{105}\right) + \frac{21}{105} \\ &= \frac{86}{105} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} + \left(\frac{2}{7} + \frac{1}{5}\right) \\ &= \frac{35}{105} + \left(\frac{30}{105} + \frac{21}{105}\right) \\ &= \frac{35}{105} + \left(\frac{51}{105}\right) \\ &= \frac{86}{105} \end{aligned}$$

Se agrupan los sumandos.

Se complican las fracciones.

Se resuelve la suma que está entre el paréntesis.

Se efectúa la suma.

Finalmente, se verifica que al realizar la suma agrupando los sumandos de diferente forma, se obtiene que la fracción de los estudiantes que practican solo uno de los tres deportes es  $\frac{86}{105}$ .

## Propiedades de números racionales

Propiedades de la adición de racionales	
<b>Clausurativa</b>	La adición de dos números racionales es un número racional, es decir, si $\frac{m}{n}, \frac{p}{q} \in \mathbb{Q}$ entonces, $\frac{m}{n} + \frac{p}{q} \in \mathbb{Q}$ .
<b>Conmutativa</b>	El orden en el que se suman dos números racionales no altera el resultado. $\frac{m}{n} + \frac{p}{q} = \frac{p}{q} + \frac{m}{n}$
<b>Asociativa</b>	La adición de más de dos números racionales se puede efectuar agrupando los sumandos de diferente forma y el resultado no se altera. $\left(\frac{m}{n} + \frac{p}{q}\right) + \frac{r}{s} = \frac{m}{n} + \left(\frac{p}{q} + \frac{r}{s}\right)$
<b>Elemento neutro</b>	El elemento neutro de la adición es el 0 ya que al sumar cualquier número racional con 0 se obtiene el mismo número. $\frac{p}{q} + 0 = \frac{p}{q}$
<b>Elemento simétrico u opuesto aditivo</b>	La suma entre un número racional y su opuesto aditivo es 0. $\frac{p}{q} + \left(-\frac{p}{q}\right) = 0$

## ACTIVIDAD 5

1. Identifica la fracción representada, ubícala en los cuadros correspondiente resuelve las siguientes adiciones, **escribe el proceso** de solución y representa gráficamente cada resultado obtenido, para ello utiliza las figuras geométricas de la columna derecha.

a.

$$\frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

b.

$$\frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

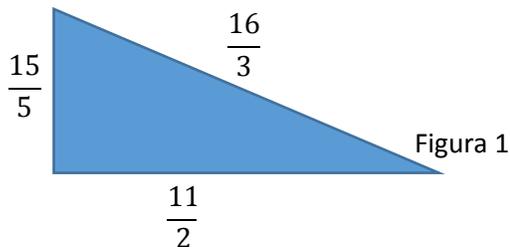
c.

$$\frac{\square}{\square} - \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} - \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

d.

$$\frac{\square}{\square} - \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} - \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

2. Calcula el perímetro del siguiente triángulo (figura 1). **Es**cribe el proceso de solución.



3. Realiza las siguientes sumas de números racionales, dibujando y escribiendo el resultado de cada una de las operaciones. En la línea de la derecha escribe el proceso de solución de cada operación.

4. Resuelve las siguientes adiciones por dos de los métodos explicados y simplifica el resultado cuando sea posible. **Recuerda escribir el proceso de solución.**

a.  $\frac{4}{5} + \frac{9}{2}$

b.  $\frac{11}{6} + \frac{9}{4}$

c.  $\frac{12}{15} + \frac{5}{8}$

d.  $\frac{1}{7} + \frac{4}{12}$

e.  $\frac{6}{9} + (-\frac{3}{10})$

f.  $-\frac{4}{17} + \frac{7}{30}$

g.  $-\frac{5}{16} + (-\frac{3}{15})$

5. Relaciona cada operación de la columna izquierda con el resultado que le corresponde en la columna de la derecha. **Recuerda escribir el proceso de solución.**

a.  $\frac{7}{2} + \frac{3}{4} + \frac{7}{3}$

( )  $\frac{79}{24}$

b.  $\frac{3}{8} + \frac{4}{6} + \frac{9}{4}$

( )  $\frac{11}{4}$

c.  $\frac{2}{6} + \frac{5}{12} + \frac{8}{4}$

( )  $\frac{79}{12}$

6. En la Figura 2 se muestran los pesos de algunos alimentos que se guardan en la alacena de una cocina.

Halla los pesos combinados de los productos que se indican en cada caso.

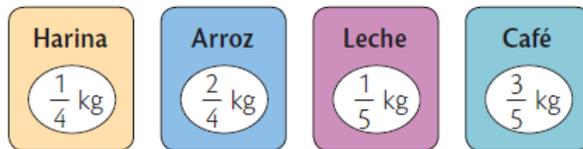


Figura 2

- Harina y Leche.
  - Arroz y Café.
  - Harina, Leche y Arroz.
  - Arroz, Leche y Café.
7. Para ayudar a una campaña para personas más necesitadas, algunos estudiantes de grado séptimo decidieron reunir alimentos y donarlos.
- Andrea aportó  $\frac{9}{2}$  kg de harina, Mateo llevó  $\frac{5}{2}$  kg de granos (lenteja, frijol, arveja), Catalina ayudó con  $\frac{3}{9}$  kg de harina y Juan cooperó con  $\frac{21}{4}$  kg de granos.
- ¿Cuánto harina y cuánto grano recogieron en total?
  - ¿Qué recogieron más, harina o frijol?
8. Un cultivador siembra  $\frac{2}{5}$  de su finca con maíz, y  $\frac{4}{7}$  con tomate. ¿En total qué fracción de la finca sembró?
9. Un estudiante en hora de educación física, recorre la pista de la cancha de fútbol en varios momentos diferentes, en el primer momento dio  $\frac{7}{2}$  vueltas, en el segundo momento recorre  $\frac{4}{5}$  de vuelta y en el tercer momento recorre  $\frac{12}{3}$  de vueltas. ¿Cuántas vueltas en total le dio a la pista de la cancha de fútbol el estudiante?, ¿Cuántas vueltas fueron completas?
10. Indica el error que se cometió en cada caso y corrígelo.

a.  $-\frac{5}{2} + 0 = \frac{5}{2}$

b.  $\frac{8}{12} + \left(-\frac{8}{12}\right) = -\frac{16}{24}$

c.  $\frac{5}{4} + \left(-\frac{7}{4}\right) = 3$

d.  $\frac{4}{6} + \frac{3}{8} + \frac{9}{4} = 0$

11. Halla el número racional que falta para completar la igualdad y completa.

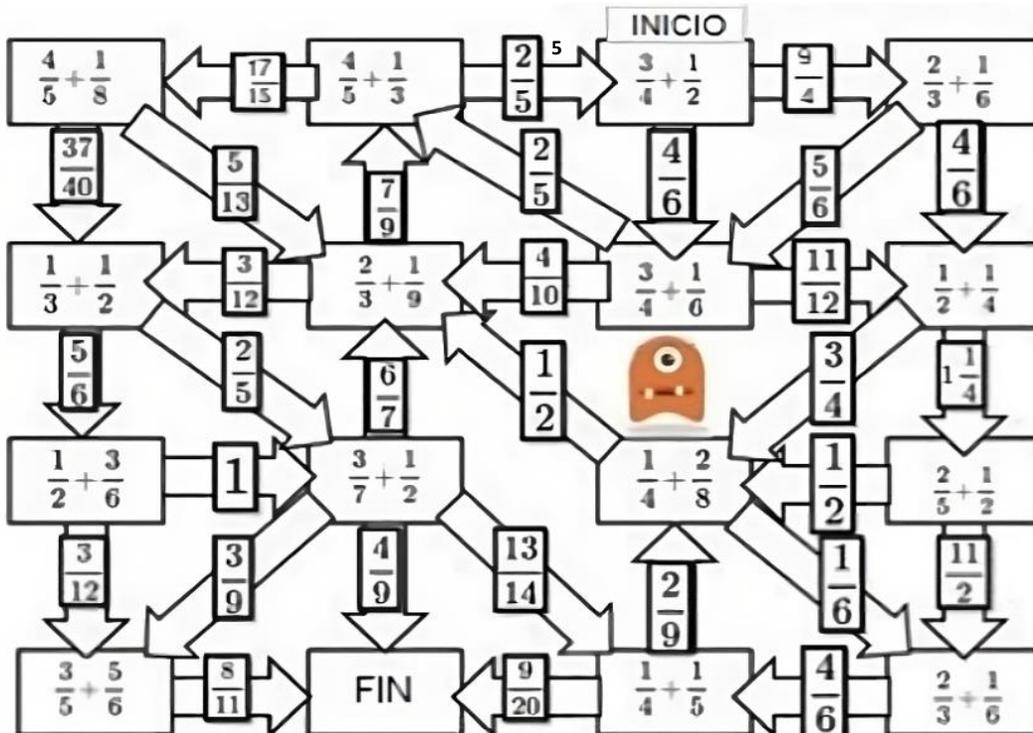
a.  $\frac{7}{3} + \boxed{\phantom{00}} = \frac{15}{3}$

b.  $\boxed{\phantom{00}} + \left(-\frac{3}{5}\right) = \frac{6}{5}$

c.  $\frac{2}{3} + \square = \frac{28}{15}$

d.  $\square + \frac{10}{7} = \frac{41}{14}$

12. Encontrar el recorrido que se debe realizar para dar solución al laberinto propuesto, Tiene que seguir el recorrido, guiado por las operaciones y su resultado, desde «Inicio» a «Fin», escribir el proceso de solución de cada operación realizada.



### Sustracción o resta de números racionales

En la sustracción con números racionales se presentan los mismos casos que para la adición.

Para sustraer números racionales con igual denominador, se restan los numeradores y se deja el mismo denominador.

#### Ejemplo 1

Calcular  $\frac{9}{4} - \frac{3}{4}$

Observa el proceso de solución.

1. Se restan los numeradores y el resultado es el numerador de la fracción resta.

$$\frac{9}{4} - \frac{3}{4} = \frac{9-3}{4} = \frac{6}{4}$$

2. Se deja el mismo denominador, que será el denominador de la fracción resta.

$$\frac{9}{4} - \frac{3}{4} = \frac{9-3}{4} = \frac{6}{4} \text{ simplificando tenemos } \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

Por lo tanto,  $\frac{9}{4} - \frac{3}{4} = \frac{3}{2}$

**Para Sustraer dos números racionales con diferente denominador**, se buscan fracciones equivalentes a los números racionales dados, que tengan el mismo denominador; luego se restan las fracciones equivalentes obtenidas como en el caso anterior. También podemos aplicar el método de la mariposa como estrategia para dar solución a la sustracción de dos números racionales y si se va a restar tres o más números racionales podemos aplicar un método cruzado. Es de recordar que en estos dos últimos métodos se multiplica antes de realizar la sustracción.

### Ejemplo 2

Calcular la adición de  $\frac{2}{8} - \frac{1}{3}$

Observa el procedimiento de solución

1. Se hallan racionales equivalentes a los dados, amplificando cada fracción, cuyo denominador es el mínimo común múltiplo de los denominadores, que en este caso es 24.

$$\frac{2}{8} * \frac{3}{3} = \frac{6}{24} \quad y \quad \frac{1}{3} * \frac{8}{8} = \frac{8}{24}$$

2. Se restan las fracciones obtenidas.

$$\frac{6}{24} - \frac{8}{24} = \frac{6-8}{24} = \frac{-2}{24} = \frac{-1}{12}$$

Por lo tanto,  $\frac{2}{8} - \frac{1}{3} = \frac{-1}{12}$

### Ejemplo 3 Método de la mariposa



## Resta de Fracciones

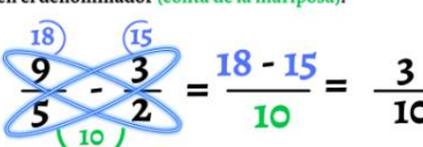
Resta de fracciones con diferente denominador

**Método mariposa**  $\frac{9}{5} - \frac{3}{2}$

---

**Paso 1** Multiplicas cruzado, restas las dos cantidades y resultado lo colocas en el numerador (*antena de la mariposa*).

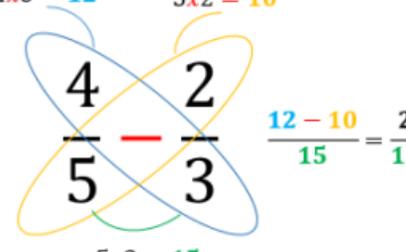
**Paso 2** Multiplicas los denominadores y el resultado se coloca en el denominador (*colita de la mariposa*).



$$\frac{9}{5} - \frac{3}{2} = \frac{18 - 15}{10} = \frac{3}{10}$$


[www.math3logic.com](http://www.math3logic.com)

$4 \times 3 = 12$ 
 $5 \times 2 = 10$



$$\frac{4}{5} - \frac{2}{3} = \frac{12 - 10}{15} = \frac{2}{15}$$

$5 \times 3 = 15$

### Ejemplo 4 Método cruzado

Calcular  $\frac{3}{5} - \frac{1}{4} - \frac{7}{6}$

Observa el procedimiento realizado.

1. Se identifica el numerador cada fracción y se multiplica por los otros denominadores.

$$\frac{3}{5} - \frac{1}{4} - \frac{7}{6} = \frac{(3 * 4 * 6) - (1 * 5 * 6) - (7 * 5 * 4)}{(5 * 4 * 6)}$$

2. Se multiplican los denominadores.

$$\frac{3}{5} - \frac{1}{4} - \frac{7}{6} = \frac{(3 * 4 * 6) - (1 * 5 * 6) - (7 * 5 * 4)}{(5 * 4 * 6)}$$

3. Se resuelven las multiplicaciones.

$$\frac{3}{5} - \frac{1}{4} - \frac{7}{6} = \frac{(3 * 4 * 6) - (1 * 5 * 6) - (7 * 5 * 4)}{(5 * 4 * 6)} = \frac{72 - 30 - 140}{120}$$

4. Se restan los resultados en el numerador.

$$\frac{3}{5} - \frac{1}{4} - \frac{7}{6} = \frac{(3 * 4 * 6) - (1 * 5 * 6) - (7 * 5 * 4)}{(5 * 4 * 6)} = \frac{72 - 30 - 140}{120} = \frac{-98}{120}$$

5. Se simplifica el resultado cuando es posible.

$$\frac{-98}{120} = \frac{-49}{60}$$

Por lo tanto,  $\frac{3}{5} - \frac{1}{4} - \frac{7}{6} = \frac{-49}{60}$

### Ejemplo 5

2. La velocidad de dos automóviles es de  $\frac{185}{3}$  km/h y  $\frac{201}{4}$  km/h. ¿Cuál es la diferencia entre las dos velocidades?

Para calcular la diferencia entre las dos velocidades se realizan los siguientes pasos:

mcm (3, 4) = 12    Se halla el mcm de los denominadores.

$$\frac{185}{3} - \frac{201}{4} \quad \text{Se plantea la resta.}$$

$$= \frac{740}{12} - \frac{603}{12} \quad \text{Se complican las fracciones.}$$

$$= \frac{137}{12} \quad \text{Se restan los numeradores.}$$

La diferencia entre las velocidades es de  $\frac{137}{12}$  km/h.

### ACTIVIDAD 6

1. Resolver las siguientes sustracciones por dos de los métodos explicados. **Escribe el proceso de solución.**

a.  $\frac{7}{9} - \frac{3}{10}$

b.  $\frac{19}{4} - \frac{5}{4}$

c.  $\frac{4}{3} - \frac{17}{3}$

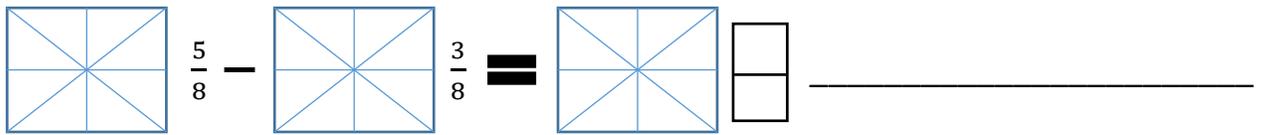
d.  $-\frac{19}{7} - \frac{12}{7}$

e.  $\frac{9}{3} - \frac{11}{6}$

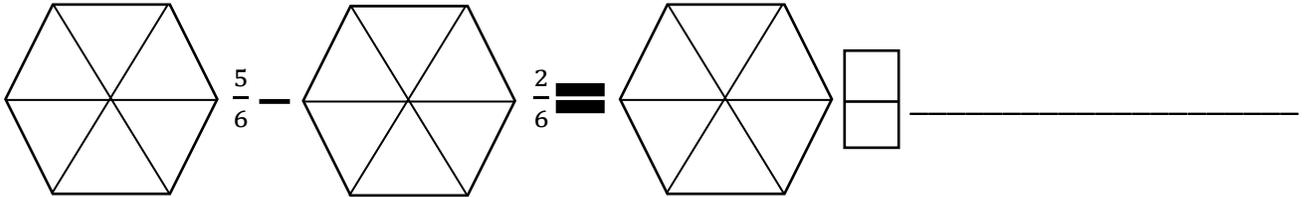
f.  $\frac{23}{9} - \frac{11}{4}$

2. Realiza las siguientes sustracciones de números racionales, dibujando y escribiendo el resultado de cada una de las operaciones. En la línea de la derecha escribe el proceso de solución de cada operación.

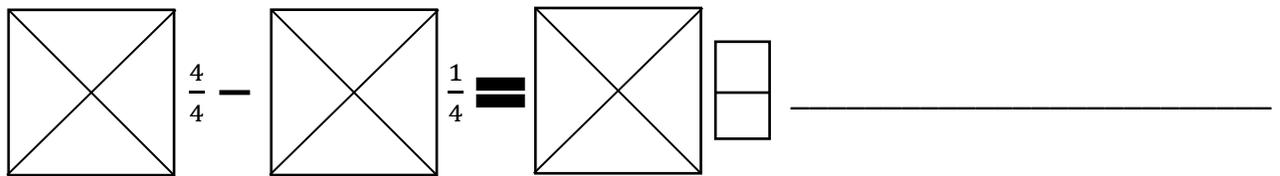
a.



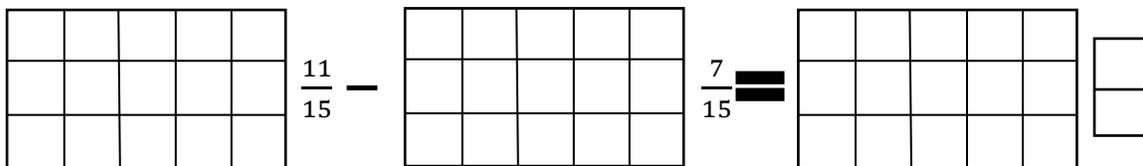
b.



c.



d.



3. Resuelve las siguientes sustracciones y simplifica el resultado cuando sea posible. **Recuerda escribir el proceso de solución.**

a.  $\frac{12}{5} - \frac{7}{4}$

b.  $\frac{13}{6} - \frac{9}{7}$

c.  $\frac{12}{15} - \frac{3}{5} - \frac{4}{7}$

d.  $\frac{1}{5} - \frac{3}{10} - \frac{9}{2}$

e.  $\frac{5}{4} - (-\frac{8}{10})$

f.  $-\frac{9}{16} - \frac{6}{30}$

g.  $-\frac{5}{12} - (-\frac{2}{15})$

4. Relaciona cada operación con su respectivo resultado. **Escribir el proceso de solución de cada operación.**

a.  $\frac{6}{13} - \frac{4}{6} - \frac{1}{3}$       ( )  $\frac{1}{2}$

b.  $\frac{7}{6} - (-\frac{2}{5}) - \frac{3}{4}$       ( )  $\frac{49}{60}$

c.  $(-\frac{2}{3}) - (-\frac{7}{6})$       ( )  $\frac{59}{5}$

d.  $(-\frac{13}{5}) - (-\frac{72}{5})$       ( )  $-\frac{7}{13}$

e.  $(-\frac{21}{34}) - (-\frac{17}{9})$       ( )  $\frac{389}{306}$

- Los  $\frac{5}{12}$  de los empleados de una empresa son mujeres. ¿Cuál es la fracción de los empleados que son hombres?
- Un deportista estudiante del IDEMAG decide entrenar para los juegos departamentales recorriendo la pista de atletismo de la institución. El primer día recorre  $\frac{19}{4}$  de la pista, el segundo  $\frac{26}{5}$  y el tercer día  $\frac{35}{8}$ . ¿Cuántas vueltas le dio a la pista en total?, si desea recorrer en total 18 vueltas, ¿Qué fracción de vueltas le haría falta?
- Una costurera tiene  $\frac{4}{3}$  de metro de tela y necesita  $\frac{5}{2}$  metros para hacer un vestido. ¿Cuánto le falta?
- Andrea recorre  $\frac{10}{24}$  de kilómetros en línea recta de su casa a la oficina. Ella siempre hace una parada para recoger a su compañero Carlos, que vive a  $\frac{5}{4}$  de kilómetros de la oficina. ¿Cuál es la distancia entre la casa de Andrea y la de Carlos?

## MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

Debemos recordar que la **multiplicación** es una suma abreviada, Para multiplicar dos o más números racionales en su expresión fraccionaria, se multiplican los numeradores entre sí y los denominadores entre sí. Se tiene en cuenta la regla de los signos usadas en los números enteros.

### Ejemplo 1

Halla el producto de  $\frac{2}{3} * \frac{5}{4} * \frac{9}{7}$

$$\frac{2}{3} * \frac{5}{4} * \frac{9}{7} = \frac{2*5*9}{3*4*7} = \frac{90}{84} \quad \text{Simplificando tenemos que } \frac{90}{84} = \frac{45}{42} = \frac{15}{14}$$

Por lo tanto,  $\frac{2}{3} * \frac{5}{4} * \frac{9}{7} = \frac{15}{14}$

### Ejemplo 2

Un metro de tela cuesta \$10/2. ¿Cuánto cuestan  $\frac{5}{2}$  metros de tela?

$$\frac{10}{2} * \frac{5}{2} = \frac{10 * 5}{2 * 2} = \frac{50}{4} = \frac{25}{2}$$

Los  $\frac{5}{2}$  metros de tela cuestan \$  $\frac{25}{2}$

### Ejemplo 3

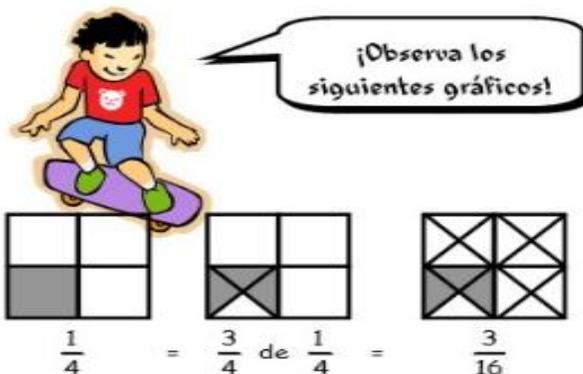
**Determina los tres cuartos de un cuarto**

#### Explora

José vende vasos de gaseosa de  $\frac{1}{4}$  de litro cada uno.



- Si el domingo vendió nueve vasos de gaseosa, ¿cuántos litros vendió en total?



### Ejemplo 4

Observa el proceso de solución

Para saber cuántos litros de gaseosa vendió José, se suma nueve veces el contenido de gaseosa de un solo vaso.

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1+1+1+1+1+1+1+1+1}{4} = \frac{9}{4}$$

Sumar nueve veces el número  $\frac{1}{4}$  equivale a multiplicarlo por 9, así que:

$$\frac{1}{4} * 9 = \frac{1 * 9}{4 * 1} = \frac{9}{4}$$

Por lo tanto, José vendió  $\frac{9}{4}$  o 2,25 litros de gaseosa.

### Propiedades de la multiplicación de números racionales

La multiplicación de números racionales cumple las propiedades que se enuncian en la siguiente tabla

Propiedad	Explicación
Clausurativa	El producto de dos o más números racionales es otro número racional.
Conmutativa	El orden de los factores no altera el producto.
Asociativa	Al multiplicar tres o más números racionales, estos se pueden agrupar de diferentes formas y el producto no se altera.
Modulativa	La multiplicación de un número racional con el número 1, da como resultado el mismo número racional.
Invertiva	El producto que se obtiene al multiplicar un número racional por su inverso multiplicativo es la unidad.
Anulativa	Todo número racional multiplicado por cero da como resultado cero.
Distributiva	El producto de un número racional por una suma de números racionales es equivalente a la suma de los productos del número racional por cada sumando.

### ACTIVIDAD 7

1. Determinar el producto de los siguientes números racionales. Escribe el proceso de solución.

a.  $\frac{12}{5} * \frac{3}{4} =$

b.  $\frac{11}{2} * \frac{7}{9} =$

c.  $\frac{15}{3} * \left(-\frac{5}{9}\right) =$

d.  $-\frac{7}{14} * \frac{18}{11} =$

e.  $-\frac{9}{5} * \left(-\frac{1}{6}\right) =$

f.  $\frac{9}{2} * \frac{3}{4} * \frac{10}{6} =$

g.  $\frac{12}{5} * \frac{11}{4} * \frac{3}{7} =$

h.  $\frac{15}{3} * \left(-\frac{7}{9}\right) * \frac{1}{4} * \frac{6}{17} =$

i.  $-\frac{5}{9} * \left(-\frac{3}{10}\right) * \left(-\frac{14}{8}\right) =$

2. Cuatro quintos de los 240 espectadores de una película salieron satisfechos con la trama y efectos especiales de la película. ¿Cuántos espectadores no salieron satisfechos? Escribe el proceso de solución.

3. Daniel va al supermercado y le dice a la vendedora que le despache  $\frac{5}{8}$  de unidades de dos docenas de bananas, ¿Cuántas bananas le debe entregar la vendedora?

4. Usa el modelo visual para resolver cada inciso.

$\frac{2}{4} \times 3 =$

Para resolver problemas de multiplicación con fracciones, una estrategia es pensar en ellos como problemas de suma. Por ejemplo, el problema anterior es el mismo que:

$\frac{2}{4} + \frac{2}{4} + \frac{2}{4}$

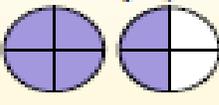
$\frac{2}{4} \times 3 =$

Si sombreamos  $\frac{2}{4}$  en las fracciones de abajo 3 veces, podemos ver una representación visual del problema.



$\frac{2}{4} \times 3 = 1 \frac{2}{4}$

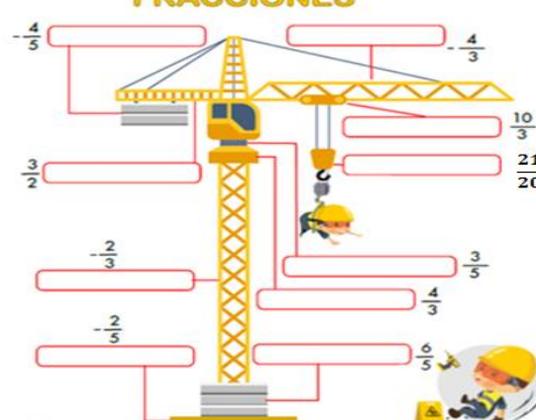
Después de sombrearlo, podemos ver por qué  $\frac{2}{4}$  tres veces es igual a 1 entero y  $\frac{2}{4}$ .



- 1)  $\frac{4}{5} \times 4 =$  
- 2)  $\frac{1}{10} \times 3 =$  
- 3)  $\frac{3}{4} \times 5 =$  
- 4)  $\frac{1}{3} \times 2 =$  
- 5)  $\frac{2}{5} \times 5 =$  
- 6)  $\frac{4}{6} \times 3 =$  
- 7)  $\frac{4}{12} \times 3 =$  
- 8)  $\frac{3}{5} \times 2 =$  

5. Resuelve los siguientes productos de fracciones, busca la solución y pon el nombre a cada parte de la grúa en su correspondiente solución. **Escribe los procesos de solución.**

### MULTIPLICACIÓN CON FRACCIONES



<b>CONTRAPESO</b> $(-\frac{8}{15}) \cdot (\frac{6}{4}) =$	<b>TORRE</b> $\frac{2}{5} \cdot (-\frac{10}{6}) =$
<b>CONTRAPLUMA</b> $(-\frac{7}{2}) \cdot (-\frac{6}{14}) =$	<b>BASE</b> $\frac{3}{5} \cdot (-\frac{2}{3}) =$
<b>GANCHO</b> $(\frac{7}{8}) \cdot (-\frac{6}{5}) =$	<b>LASTRE</b> $4 \cdot \frac{3}{10} =$
<b>CORONA DE GIRO</b> $\frac{6}{15} \cdot \frac{10}{3} =$	<b>CARRO DE PLUMA</b> $\frac{5}{18} \cdot 12 =$
<b>SOPORTE GIRATORIO</b> $\frac{8}{6} \cdot \frac{9}{20} =$	<b>PLUMA</b> $(-\frac{10}{9}) \cdot \frac{6}{5} =$

6. Doña Alba a quien le encanta cocinar panes, usa  $\frac{3}{4}$  libra de harina de Maíz para elaborar 20 panes, ¿Cuántos Libras de harina de Maíz serán necesarios para que doña Alba pueda elaborar 160 panes?
7. Determina, escribe el proceso de solución.
- Los tres quintos de un medio.
  - Los dos tercios de ocho décimos.
  - Los cuatro sextos de un noveno.

### División con números racionales

Para dividir dos números racionales, se multiplica el dividendo por el inverso multiplicativo del divisor. En general, se cumple que: Si  $\frac{a}{b}$  y  $\frac{c}{d} \in \mathbb{Q}$ , entonces  $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} * \frac{d}{c}$ , para su solución se tiene en cuenta la regla de los signos usadas en los números enteros.

#### Ten en cuenta

Si  $\frac{a}{b}$  es un número racional diferente de cero, entonces su inverso multiplicativo es  $\frac{b}{a}$  y el producto de ambos es 1.

Para dar solución o calcular el cociente de dos números racionales, podemos aplicar cualquiera de los tres siguientes métodos, que nos llevaran al mismo cociente, los cuales son:

**MÉTODO CRUZADO** : Dado que se multiplica en cruz, consiste en multiplicar el numerador del primer número racional por el denominador del segundo número racional que será el numerador del cociente y el denominador del primer número racional por el numerador del segundo número racional que a su vez será el denominador del cociente.

#### Ejemplo 1

Determinar el cociente de  $\frac{5}{4} \div \frac{9}{12}$

$$\frac{5}{4} \div \frac{9}{12} = \frac{5 * 12}{4 * 9} = \frac{60}{36} \quad \text{se simplifica la fracción} \quad \frac{60}{36} = \frac{30}{18} = \frac{15}{9} = \frac{5}{3}$$

Por lo tanto,  $\frac{5}{4} \div \frac{9}{12} = \frac{5}{3}$

**MÉTODO DEL INVERSO MULTIPLICATIVO**: Se cambia el divisor(segundo número racional) por el inverso multiplicativo donde el numerador ahora será el denominador y el denominar será el numerador, se cambia la operación división a la multiplicación y se efectua la operación.

#### Ejemplo 2

Determinar el cociente  $\frac{5}{4} \div \frac{9}{12}$

Observa el proceso de solución

$$\frac{5}{4} \div \frac{9}{12}$$


$\frac{5}{4} * \frac{12}{9}$  Se invierte la segunda fracción (**inverso multiplicativo**), y se cambia la operación a multiplicación

$$\frac{5}{4} * \frac{12}{9} = \frac{5 * 12}{4 * 9} = \frac{60}{36} \text{ simplificando tenemos } \frac{60}{36} = \frac{30}{18} = \frac{15}{9} = \frac{5}{3}$$

Por lo tanto el cociente de  $\frac{5}{4} \div \frac{9}{12} = \frac{5}{3}$

### MÉTODO O LEY DE LA OREJA (externos y medios)

#### Ejemplo 3

Determinar el cociente  $\frac{5}{4} \div \frac{9}{12}$

Observa el proceso de solución, se ubican las fracciones o números racionales de forma vertical

$$\begin{array}{r} \frac{5}{4} \\ \frac{9}{12} \end{array} \begin{array}{l} \text{↪} \\ \text{↪} \end{array} = \frac{5 * 12 \text{ se multiplican extremos}}{4 * 9 \text{ se multiplican medios}} = \frac{60}{36} \text{ se simplifica el resultado si es}$$

posible, por lo tanto  $\frac{60}{36} = \frac{30}{18} = \frac{15}{9} = \frac{5}{3}$ , lo que quiere decir que  $\frac{5}{4} \div \frac{9}{12} = \frac{5}{3}$

#### Ejemplo 4

Andrés disponía de  $\frac{5}{3}$  de litro de pintura para pintar las cuatro paredes de su alcoba. ¿Qué fracción de pintura usó en cada pared, si en cada una utilizó la misma cantidad?

Para saber la fracción de pintura que usó Andrés en cada pared, se debe encontrar el cociente de  $\frac{5}{3} \div 4$

Al resolver, se tiene que:

$$\frac{5}{3} \div 4 = \frac{5}{3} \div \frac{4}{1} = \frac{5}{3} * \frac{1}{4} = \frac{5 * 1}{3 * 4} = \frac{5}{12}$$

Por lo tanto, Andrés usó  $\frac{5}{12}$  litros de pintura para cada pared.

### ACTIVIDAD 8

- Realiza las siguientes operaciones aplicando dos de los métodos explicados en la guía. Debes escribir el proceso de solución. Simplifica el resultado si es posible.

a.  $\frac{15}{5} \div \frac{9}{4} =$

b.  $\frac{12}{15} \div \frac{6}{11} =$

c.  $-\frac{4}{21} \div \frac{8}{7} =$

d.  $-\frac{9}{30} \div \left(-\frac{2}{14}\right) =$

e.  $\frac{9}{25} \div \left(-\frac{6}{5}\right) =$

f.  $\left(\frac{2}{10} * \frac{4}{7}\right) \div \frac{12}{3} =$

g.  $\frac{8}{15} \div \left(\frac{2}{5} * \frac{9}{10}\right) =$

2. Explica el error que se cometió en el desarrollo de la división y corrígelo.

$$\frac{6}{15} \div \frac{2}{9} = \frac{6}{15} * \frac{2}{9} = \frac{6 * 2}{15 * 9} = \frac{12}{135}$$

3. Resuelve.

Alejandro escribió  $\frac{4}{5} \div \frac{10}{3} = \frac{10}{3} \div \frac{4}{5}$

- ¿Qué propiedad quería aplicar Alejandro con esta expresión?
- ¿Se puede aplicar esta propiedad en la división?. Explica tu respuesta tomando como base la igualdad que planteó Alejandro.

4. Se tienen cinco pliegos y medio de cartón que se deben cortar en octavos de pliego. ¿Cuántos octavos se pueden cortar?

5. Se reparten  $\frac{6}{8}$  de pizza en partes iguales entre seis personas. ¿Qué fracción de pizza le correspondió a cada persona?

6. Oscar dispone de  $\frac{3}{4}$  de hora para resolver cinco problemas de matemáticas. ¿Qué fracción de la hora le debe dedicar a cada problema si quiere usar el mismo tiempo para cada uno? ¿En cuántos minutos resuelve cada problema?

7. Se reparten  $\frac{3}{5}$  de un paquete de chokolatinas entre 15 niños estudiantes del grado séptimo, ¿Qué fracción del total le corresponde a cada uno?, si el paquete de chokolatina trae 60 chokolatinas, ¿Cuántas chokolatinas (unidades) se repartieron?

8. Resuelve las operaciones presentes en cada rectángulo, busca la pieza con el resultado obtenido en el siguiente rompecabezas, recorta y pega sobre el rectángulo correspondiente. Si no está el resultado es porque te has equivocado, vuelve a intentarlo.

**OPERACIONES CON FRACCIONES**  
Sumas, restas, multiplicaciones, divisiones y fracción de un número entero

$\frac{3}{7} + \frac{1}{3} =$	$\frac{11}{15} + \frac{1}{6} =$	$\frac{1}{11} + \frac{5}{9} =$	$\frac{1}{8} + \frac{7}{15} =$
$\frac{5}{8} - \frac{1}{4} =$	$\frac{2}{3} - \frac{1}{5} =$	$\frac{3}{5} - \frac{4}{7} =$	$\frac{7}{8} - \frac{1}{3} =$
$\frac{3}{11} * \frac{7}{8} =$	$\frac{7}{10} * \frac{5}{6} =$	$\frac{9}{10} * \frac{2}{3} =$	$\frac{6}{13} * \frac{1}{15} =$
$\frac{5}{7} \div \frac{1}{3} =$	$\frac{1}{6} \div \frac{1}{8} =$	$\frac{7}{8} \div \frac{1}{2} =$	$\frac{3}{2} \div \frac{7}{8} =$
$\frac{4}{21} \text{ de } 63 =$	$\frac{2}{5} \text{ de } 105 =$	$\frac{11}{12} \text{ de } 72 =$	$\frac{8}{25} \text{ de } 50 =$

www.actiludis.com



## Potenciación y Radicación con números racionales

La **potenciación** se considera como una multiplicación abreviada, en la que todos los factores son iguales.

$$\begin{array}{ccc} \text{exponente} & & \text{potencia} \\ & 4^3 = & 64 \\ \text{base} & & \end{array}$$

Cuadrados y cubos

Cuando el exponente es 2, se dice que la cantidad se eleva al cuadrado.

Si el exponente es 3, se dice que la cantidad se eleva al cubo.

Base es el número que se va a multiplicar por sí mismo.

Exponente indica las veces que debe multiplicarse la base.

La potencia es el producto que se obtiene.

### Ejemplo 1

Resolver  $\left(\frac{3}{5}\right)^4$

$$\text{Solución } \left(\frac{3}{5}\right)^4 = \frac{3}{5} * \frac{3}{5} * \frac{3}{5} * \frac{3}{5} = \frac{81}{625}$$

## Radicación

La radicación es una operación inversa a la potenciación, que permite calcular la base cuando se conocen el exponente y la potencia.

**Índice:** Número ubicado sobre el radical. Es el número al cual se debe elevar la raíz para obtener la cantidad subradical, es decir el índice nos indica las veces que se debe multiplicar la raíz por sí misma.

**Raíz:** resultado de la radicación. Es el número que elevado al índice de la raíz, da como resultado la cantidad subradical

**Radical:** Símbolo que se utiliza para denotar la radicación. Este es el símbolo  $\sqrt{\quad}$

$$\sqrt[3]{8} = 2$$

**Cantidad subradical o radicando:** Número ubicado dentro del radical. Este número es al que se calcula la raíz.

### Ejemplo 2

Determinar la raíz de  $\sqrt[3]{\frac{8}{216}}$

Solución

$$\sqrt[3]{\frac{8}{216}} = \frac{2}{6} \text{ Porque } \frac{2}{6} * \frac{2}{6} * \frac{2}{6} = \frac{8}{216}$$

### ACTIVIDAD 9

1. Expresa en forma de potencia las siguientes multiplicaciones.

a.  $\frac{(-8)}{3} * \frac{(-8)}{3} * \frac{(-8)}{3} * \frac{(-8)}{3} * \frac{(-8)}{3} =$

b.  $\frac{4}{7} * \frac{4}{7} =$

c.  $\frac{(-1)}{2} * \frac{(-1)}{2} * \frac{(-1)}{2} * \frac{(-1)}{2} =$

d.  $\frac{10}{19} * \frac{10}{19} * \frac{10}{19} =$

2. Expresa cada potencia como producto y calcula su valor. **Recuerda escribir el proceso de solución.**

a.  $\left(\frac{2}{3}\right)^5$

b.  $\left(\frac{1}{7}\right)^4$

c.  $\left(\frac{6}{5}\right)^3$

d.  $\left(\frac{10}{4}\right)^6$

e.  $\left(\frac{9}{15}\right)^0$

f.  $\left(\frac{8}{3}\right)^{-4}$

g.  $\left(\frac{12}{20}\right)^{-2}$

3. Determina las raíces de cada inciso. Escribe el proceso de solución o justifica tu respuesta.

a.  $\sqrt[3]{\frac{27}{512}}$

b.  $\sqrt{\frac{64}{144}}$

c.  $\sqrt{\frac{169}{49}}$

d.  $\sqrt[4]{\frac{81}{625}}$

4. Escribe un número en el cuadro para que se cumpla cada igualdad.

a.  $\sqrt{\frac{\square}{25}} = \frac{4}{5}$

c.  $\sqrt[3]{\frac{\square}{\square}} = \frac{5}{2}$

b.  $\sqrt{\frac{1}{\square}} = \frac{1}{8}$

d.  $\sqrt[3]{\frac{\square}{\square}} = \frac{3}{7}$

### Números mixtos

Un **número mixtos** es un número compuesto por un número entero y una fracción propia.

#### Ejemplo 1

$$5 \frac{2}{3}; -3 \frac{1}{2}; 8 \frac{6}{15}$$

#### Ejemplo 2

**Un número mixto se forma al combinar un entero y una fracción.**



### Conversión de un número mixto a fracción

Para ello, se procede así:

Se multiplica el denominador por el número o cantidad entera y a ese producto se le suma el numerador, el resultado de la operación es el numerador de la fracción y el denominador es el mismo del número mixto.

#### Ejemplo 3

Convertir el número mixto  $5 \frac{2}{3}$  a fracción.

$$5 \frac{2}{3} = \frac{5 * 3 + 2}{3} = \frac{15 + 2}{3} = \frac{17}{3}$$

#### Ejemplo 4

Escribe  $3 \frac{4}{5}$  como fracción impropia.

$$3 \frac{4}{5} = 3 + \frac{4}{5}$$

$$= 1 + 1 + 1 + \frac{4}{5}$$



$$= \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{4}{5}$$



$$= \frac{5 + 5 + 5 + 4}{5}$$

$$3 \frac{4}{5} = \frac{19}{5}$$

#### Conversión de fracción a número mixto

Para su conversión se hace una división, la conformación del número mixtos de acuerdo al posicionamiento en la división sería: **el cociente** será el número o parte entera, **el residuo** es el numerador de la fracción y el **divisor** es el denominador de la fracción.

#### Ejemplo 5

Convertir la fracción  $\frac{27}{4}$  a número mixto.

**FRACCIÓN IMPROPIA**  $\Rightarrow$  **NÚMERO MIXTO**

Numerador > Denominador      Está compuesto por una parte entera y una parte fraccionaria

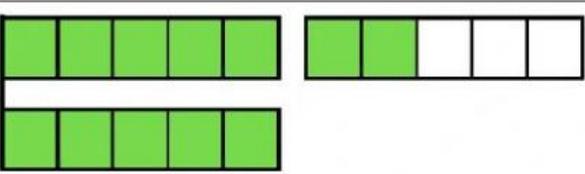
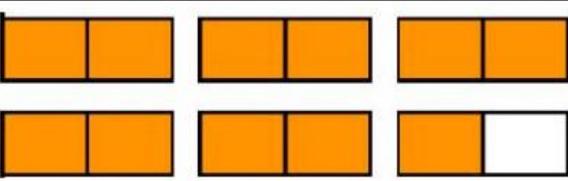
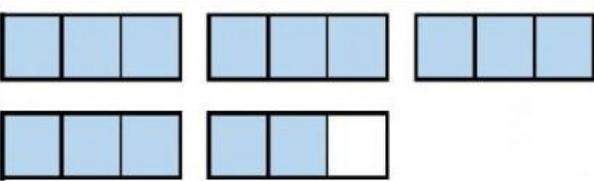
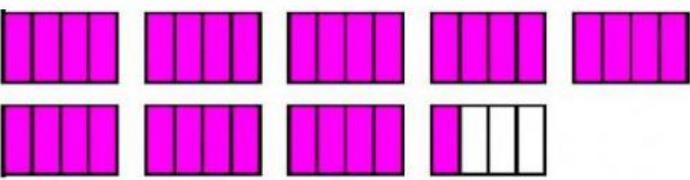
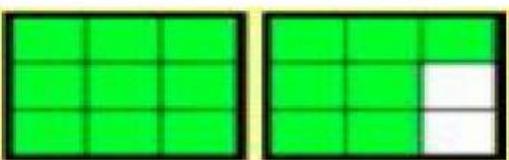
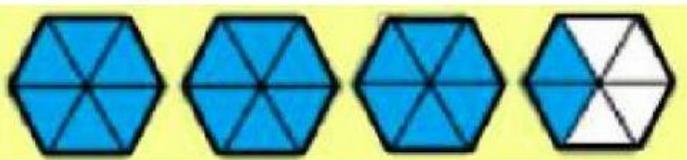
$6 + \frac{3}{4}$

↑

$\frac{27}{4} \xrightarrow{\text{Resolvemos la división}} 27 \overline{) 4} \begin{array}{r} 6 \\ -24 \\ \hline 3 \end{array} \xrightarrow{\text{Construimos el Número Mixto}} 6 \frac{3}{4}$

### **ACTIVIDAD 10**

1. Escribe la fracción impropia y el número mixto que corresponde a cada representación gráfica.

Representación gráfica	Fracción Impropia	Número Mixto
	<input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/> <input type="text"/>
	<input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/> <input type="text"/>
	<input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/> <input type="text"/>
	<input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/> <input type="text"/>
	<input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/> <input type="text"/>
	<input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/> <input type="text"/>
	<input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/> <input type="text"/>

2. Expresar como números mixtos las siguientes fracciones impropias: **Escribe el proceso de solución.**

a.  $\frac{19}{3}$

d.  $\frac{45}{10}$

b.  $\frac{26}{4}$

e.  $\frac{9}{6}$

c.  $\frac{39}{7}$

f.  $\frac{58}{9}$

3. Expresar como fracción los siguientes números mixtos: **Escribe el proceso de solución.**

a.  $3\frac{2}{7}$

d.  $15\frac{2}{3}$

b.  $5\frac{3}{8}$

e.  $4\frac{7}{11}$

c.  $6\frac{4}{7}$

f.  $8\frac{6}{15}$

4. Si al exprimir 3 naranjas tenemos 2 vasos de zumo, ¿Cuántas naranjas son necesarias para un vaso de zumo?, ¿Cuántas naranjas serán necesarias para 5 vasos de jugo? **Las naranjas son iguales**

5. Al comprar varios artículos en la feria, Alejandro compra  $8\frac{1}{2}$  kg en distintas bolsas y su amigo le ayuda cargando dos bolsas, una de  $\frac{13}{4}$  kg y otra de  $3\frac{1}{2}$  kg, ¿Cuántos kilogramos terminó cargando Alejandro y su amigo?

6. Determinar la cantidad total de agua que hay en las siguientes imágenes, escribe el proceso de solución realizado. Supón que los vasos son del mismo tamaño.



7. Colorea la fracción que se indica en cada caso y escríbela en forma de número mixto.

$\frac{5}{3}$	▶		_____
$\frac{13}{5}$	▶		_____
$\frac{15}{4}$	▶		_____
$\frac{13}{2}$	▶		_____